PH LUZERN

Zyklus 2

- Glacémaschine
- Im Wald
- Käsegänge
- Finde die Lücke
- Ordentliches Regal
- Bienenstock
- Erdbeerjagd
- Husch in den Busch
- Geheimrezept
- Tauschhandel
- Lasst Blumen blühen
- Mauern entfernen
- Zugleich
- Dancing like the Stars
- Hierarchie
- 1-2-3 Kuchen
- Japanischer Stockkampf
- Flussdiagramm
- Opas Marmelade
- Stadt der Kreisel
- «Saftladen»
- Ersetzungen
- Algorithmen, Flussdiagramme und Schwarze Löcher

1. Glacémaschine (SJ 3/4, 5/6)

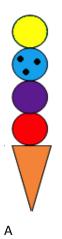
Diese spezielle Glacémaschine erzeugt Cornets mit 4 Glacékugeln.

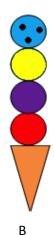
Sie tut das in einer systematischen Weise.

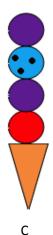
Hier siehst du von links nach rechts die letzten 3 von der

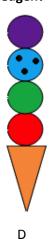
Glacémaschine erzeugten Cornets:

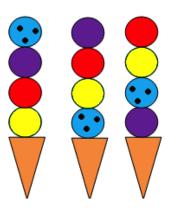
Welches Cornet wird die Glacémaschine als nächstes erzeugen?











Lösung:

Antwort A ist richtig

Die Glacémaschine nimmt immer die gleichen 4 Sorten Eis für ein Cornet. Sie nimmt die Sorte der obersten Kugel des letzten Cornets als Sorte der untersten Kugel das nächste Cornet. Ansonsten lässt sie die Sortenfolge der drei anderen Kugeln unverändert.

Stufen	3-4	Leicht	Mittel	Schwer
Stufen	5-6	Leicht	Mittel	Schwer
Stufen	7-8	Leicht	Mittel	Schwer
Stufen	9-10	Leicht	Mittel	Schwer
Stufen	11-13	Leicht	Mittel	Schwer

DAS IST INFORMATIK!

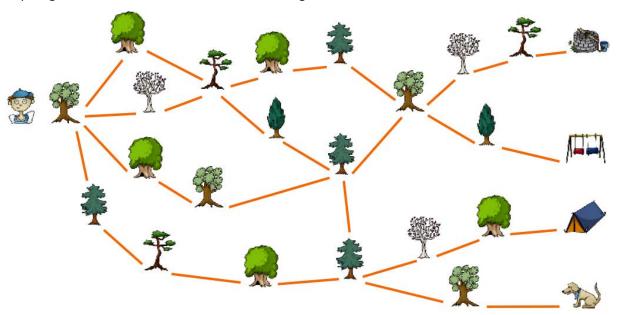
Wenn man versucht die Wirkungsweise einer automatischen Maschine (Automat) herauszufinden, dann versucht man mehr über die Wirkung (Semantik) und Arbeitsweise des zugrundeliegenden Programms zu verstehen. Dabei spielen wiederholte Vorgänge, sogenannte Schleifen, eine besondere Rolle. Aufgrund eines wiederkehrenden Ablaufmusters kann auf den zugrundeliegenden Algorithmus geschlossen werden.

http://de.wikipedia.org/wiki/Automat (Informatik)

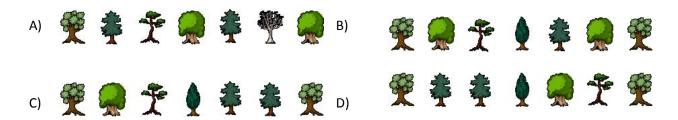
http://schuelerlabor.informatik.rwth-aachen.de/materialien/einfuehrung-die-automatentheorie

2. Im Wald (SJ 3/4, 5/6)

Rupert geht durch den Wald. Am Ende seines Weges trifft er den Hund.



An welcher Reihe von Bäumen (von links nach rechts) ist er vorbeigekommen?



Lösung:

Antwort C ist richtig:

Es ist nicht nötig, die Wege Baum für Baum von links nach rechts zu prüfen. Es genügt ein Ausschliessen anhand der letzten zwei Bäume. Bei A passt der letzte Baum nicht. Bei B und D passt der vorletzte Baum nicht.

Stufen	3-4	Leicht	Mittel	Schwer
Stufen	5-6	Leicht	Mittel	Schwer
Stufen	7-8	Leicht	Mittel	Schwer
Stufen	9-10	Leicht	Mittel	Schwer
Stufen	11-13	Leicht	Mittel	Schwer

DAS IST INFORMATIK!

Der Wegeplan des Waldes ist ein Graph. Graphen sind eine wichtige Datenstruktur in der Informatik. Hier sind die Bäume, Brunnen, Schaukel, Zelt und Hund die "Knoten". Die Wegstücke sind die "Kanten".

Ein Problem "rückwärts" zu betrachten, ist eine interessante Strategie, die in der Informatik immer mal wieder zu verblüffend eleganten Lösungen führt.

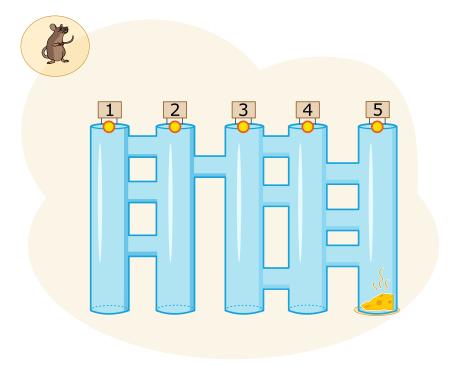


3. Käsegänge

Eine Maus steht oben vor fünf langen Gängen. Zwischen den langen Gängen gibt es kurze Quergänge. Die Maus möchte zum Käse unten am Ende vom langen Gang ganz rechts. Auf ihrem Weg durch die Gänge befolgt die Maus immer abwechselnd diese Anweisungen:

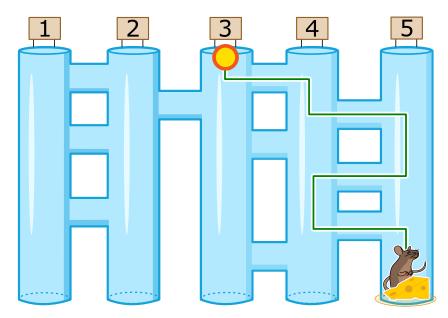
- Laufe durch den langen Gang nach unten, bis ein Quergang kommt.
- Laufe durch den Quergang.

In welchen langen Gang muss die Maus hineinlaufen, damit sie zum Käse kommt?



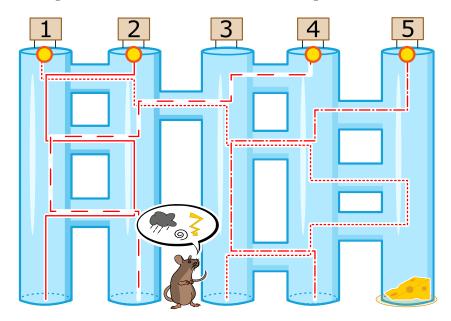


Die Maus muss in den Gang 3 hineinlaufen, damit sie zum Käse kommt. Die grüne durchgezogene Linie zeigt, wie sie läuft:



Wenn die Maus in einen anderen Gang hineinläuft, kommt sie nicht zum Käse. Die roten gestrichelten Linien zeigen die falschen Wege:

- Läuft sie in Gang 1 hinein, kommt sie ans Ende von Gang 3.
- Läuft sie in Gang 2 hinein, kommt sie ans Ende von Gang 1.
- Läuft sie in Gang 4 hinein, kommt sie ans Ende von Gang 2.
- Läuft sie in Gang 5 hinein, kommt sie ans Ende von Gang 4.





Dies ist Informatik!

Man kann die Maus in dieser Aufgabe mit einem Computer vergleichen. Auch ein Computer bekommt Anweisungen, die er präzise befolgt (das nennt man ein Programm).

Leider kann ein Computer beim Ausführen von Anweisungen nicht mitdenken. Die Maus in unserer Aufgabe würde wohl, wenn sie in den Gang 1 hineinläuft und kurz vor Ende der fünften Röhre den Käse schon sehen und riechen kann, nicht noch den Quergang zum Ende von Gang 4 gehen. Da sie aber die Anweisungen (wie ein Computer) präzise befolgt, tut sie es dennoch.

Das bedeutet für Dich aber: wenn Du einen Computer bedienst, rechne damit, dass er genau das tut, was man ihm sagt ... und nicht das, was Du dir wünschst, dass er es machen soll.

Webseiten und Stichwörter

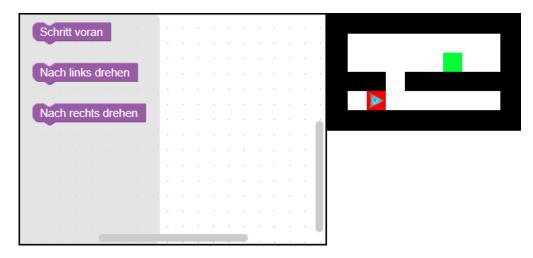
Computer, Programm

• https://de.wikipedia.org/wiki/Computerprogramm



3. Finde die Lücke

Ein dreieckiger Roboter steht auf dem roten Startfeld und soll zum grünen Zielfeld fahren.



Programmiere den Roboter, indem du die Befehle in der richtigen Reihenfolge für das Programmfenster wählst.





Eine mögliche Antwort ist:



Damit der Roboter von seinem Startfeld auf das Zielfeld gelangt, muss er zunächst ein Feld nach vorne fahren, damit er neben der Lücke in der Mauer steht. Wenn er sich nach links dreht und zwei Felder nach vorne fährt, ist er durch die Lücke in der Mauer durch. Nun braucht er sich nur noch nach rechts zu drehen und drei Felder nach vorne zu fahren, um beim Zielfeld anzukommen.

Dies ist Informatik!

In der mobilen Robotik ist das Navigieren ein allgemeines Problem. Labyrinth-Lösungen kommen zwar nicht häufig vor, aber erfordern ähnliche Computational-Thinking-Fähigkeiten. Um dieses Problem zu lösen wird ein automatisierter Roboter verwendet. Labyrinthe können von unterschiedlicher Art sein: Mit oder ohne Schleifen, mit oder ohne Rastersystemen. Der Roboter dieser Aufgabe hat keine Sensoren, um beispielsweise Mauern zu erkennen. Er ist quasi "blind". Daher muss er mit ganz präzisen Anweisungen versorgt werden, damit er die Lücke und somit den korrekten Weg findet.

Webseiten und Stichwörter

Sequenz, Programmieren

- https://en.wikipedia.org/wiki/Blockly
- http://primalogo.ch/
- http://www.abz.inf.ethz.ch/primarschulen-stufe-sek-1/programmieren-fur-kinder/
- http://www.swisseduc.ch/informatik/programmiersprachen/scratch_werkstatt/
- http://ilearnit.ch/de/2b/explain.html
- https://scratch.mit.edu/
- http://kinderlabor.ch/informatik-fuer-kinder/programmieren-mit-scratch/



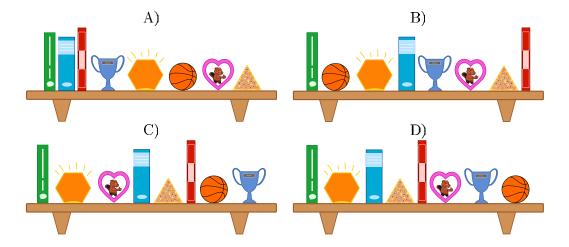


Ordentliches Regal

Beatrix ordnet ihr Regal neu. Sie hält sich dabei an zwei Regeln:

- 1. Rechteckige Gegenstände dürfen nicht nebeneinander sein.
- 2. Runde Gegenstände dürfen nicht neben rechteckigen sein.

Wähle das Regal, bei dem sich Beatrix an die Regeln gehalten hat!





Die Antwort D) ist richtig:



Regal A) kann nicht richtig geordnet sein, weil ganz links rechteckige Gegenstände nebeneinander

Regal B) kann nicht richtig geordnet sein, weil der Ball neben einem rechteckigen Gegenstand ist. Regal C) kann nicht richtig geordnet sein, weil der Ball neben einem rechteckigen Gegenstand ist. Nur bei Regal D) gelten beide Regeln.

Dies ist Informatik!

Seien wir ehrlich: nicht jedes Regal ist immer hübsch aufgeräumt. Das ist in Computern manchmal genau so. Wenn beispielsweise auf einer Festplatte munter Dateien geschrieben, gelöscht oder verschoben werden, hat man manchmal ein grosses Durcheinander von Dateistücken.

Besonders bei Festplatten kommt dann das Problem auf, dass man beim Lesen einer grossen Datei, die über die ganze Festplatte zerstreut ist, immer von einem Ort zum anderen gehen muss, um die grosse Datei an einem Stück zu lesen. Das dauert jeweils, weil der Schreib-Lese-Kopf der Festplatte sich immer jeweils an den neuen Ort bewegen muss. So kann von der Festplatte beispielsweise nur mit 10 Megabyte pro Sekunde anstelle mit 100 Megabyte pro Sekunde gelesen werden. Die Festplatte ist dann "fragmentiert".

Eine Möglichkeit, dem zu entgegnen ist, schon beim Schreiben darauf zu achten, dass Dateien sinnvoll sortiert sind: kleine Dateien kann man gut in Lücken schreiben, für grössere Dateien nutzt man besser grössere Lücken. Oder ... aber das kostet viel Zeit ... man kann eine Festplatte auch neu sortieren, also "defragmentieren".

Das Problem der Fragmentierung ist nicht bei allen Speichermedien relevant. Während Festplatten oder insbesondere Bänder hier Probleme haben, sind SSDs oder USB-Sticks nicht davon betroffen, weil hier keine Teile bewegt werden müssen, um auf eine andere Stelle zuzugreifen. Eher im Gegenteil: Defragmentieren bedeutet immer Schreibvorgänge auszuführen, und die sind bei SSDs oder USB-Sticks nicht unbeschränkt häufig möglich.

Ob jedoch Beatrix' Sortierung sinnvoll ist ... das muss jeder für sich selber überlegen.

Webseiten und Stichwörter

Daten, Regeln, Eigenschaften

• https://de.wikipedia.org/wiki/Fragmentierung_(Dateisystem)

5. Bienenstock (SJ 3/4, 5/6)

Bienenstock







soll der Larve Futter bringen.

Im Bienenstock kann die Biene sich von einer Wabe



zur nächsten bewegen.

An manchen Stellen versperren ihr Wände



den Weg.

Zeige der Biene mit den Pfeilen einen Weg zur Larve!

Ein Pfeil zeigt, in welcher Richtung die Biene sich zur nächsten Wabe bewegt.















Schiebe passende Pfeile auf die grauen Felder.

Die Biene braucht 5 Bewegungen, um zur Larve zu kommen.

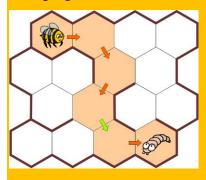
Die vierte Bewegung steht schon fest.

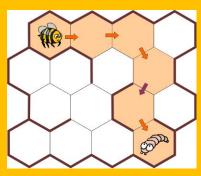
Wenn du fertig bist, klicke auf Antwort speichern!

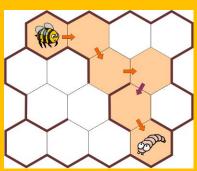
So ist es richtig:



Es gibt drei Möglichkeiten mit 5 Bewegungen, aber nur bei einer Möglichkeit führt die vierte Bewegung nach rechts-unten:







Stufen	3-4	Leicht	Mittel	Schwer
Stufen	5-6	Leicht	Mittel	Schwer
Stufen	7-8	Leicht	Mittel	Schwer
Stufen	9-10	Leicht	Mittel	Schwer
Stufen	11-13	Leicht	Mittel	Schwer

DAS IST INFORMATIK!

Die Abfolge der Pfeile ist ein einfaches Programm, mit dem die Biene ihr Ziel findet. Auch Computerprogramme bestehen aus Anweisungen, die dem Computer genau vorschreiben, was zu tun ist. Beim Programmieren muss man sich genau vorstellen können, was jede Anweisung bewirkt und welche Folge von Anweisungen zum gewünschten Ergebnis führt.

http://pub.drgrog.com/logo/

Einfache Turtle-Grafik Programmierung online (englisch)

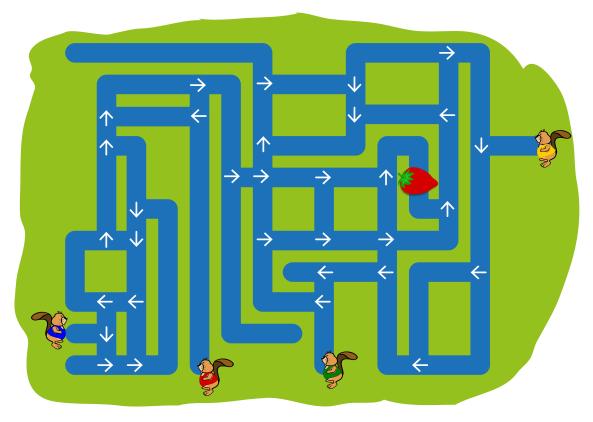
http://www.sonic.net/~nbs/webturtle/

Komplexere Turtle-Grafik Programmierung online (englisch)



6. Erdbeerjagd

Vier Biber fangen von vier verschiedenen Startpositionen an zu schwimmen. Sie schwimmen vorwärts und folgen den Pfeilen.



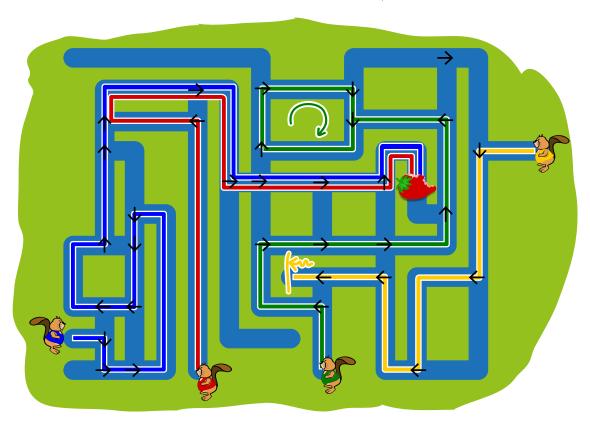
Wie viele Biber werden an der Erdbeere vorbei schwimmen?

- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 3
- E) 4





Zwei der vier Biber werden an der Erdbeere vorbei schwimmen, und zwar die beiden links unten:



Der dritte Biber von links wird letztlich immer im Kreis schwimmen und der Biber rechts oben wird in einer Sackgasse landen, aus der er nicht wieder heraus kommt.

Dies ist Informatik!

Bei dem Kanalsystem kann man zwischen zwei verschiedenen Elementen unterscheiden: Kanäle (durch die ein Biber einfach durchschwimmt) und Kreuzungen (an denen sich ein Biber anhand des Pfeiles entscheiden muss, wohin er weiter schwimmt). In der Informatik nennt man ein solches System einen Graphen, wobei die Kanäle Kanten genannt werden und die Kreuzungen Knoten. Kanten und Knoten können Informationen enthalten. In diesem Fall enthalten die Knoten die Information, welche Kante nach dem Knoten folgt.

Graphen können nicht nur für solche Aufgaben verwendet werden, auch zum Programmieren von Computern sind sie hilfreich. Ein Computer kann beispielsweise Anweisungen in einem Graphen folgen, damit er weiss, was er als nächstes machen soll. Manchmal schafft er es dabei, ein Problem zu lösen (bei der Erdbeere anzukommen), manchmal endet er in einer Sackgasse und manchmal leider auch in einer Endlosschleife, aus der er von alleine nicht wieder heraus kommt.

Webseiten und Stichwörter

Graphen lesen

• https://de.wikipedia.org/wiki/Graph_(Graphentheorie)

6. Husch in den Busch (SJ 3/4, 5/6)

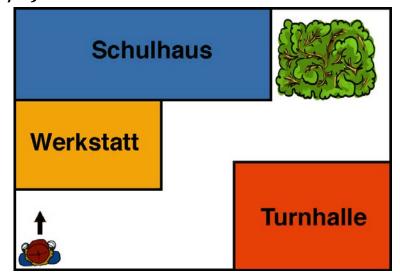
Die Kinder spielen Ich-Roboter auf dem Pausenplatz.

Jeremy ist der Roboter und hört nur noch auf diese drei Kommandos: Vor!, Links! und Rechts!

Rufen die Kinder Vor!, dann geht Jeremy vorwärts bis er an ein Gebäude stööst.

Rufen die Kinder Links!, dann dreht sich Jeremy nach links.

Rufen sie Rechts!, dann dreht er sich nach rechts.

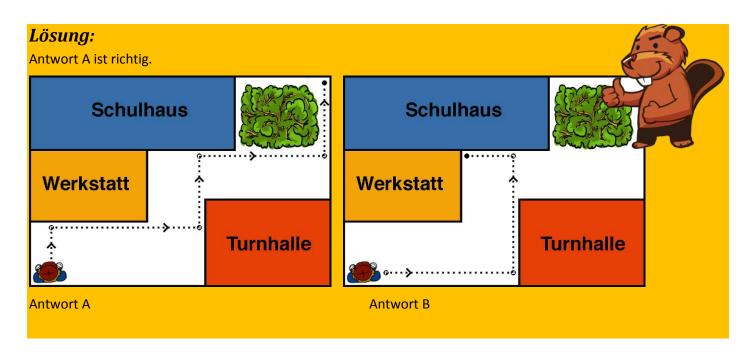


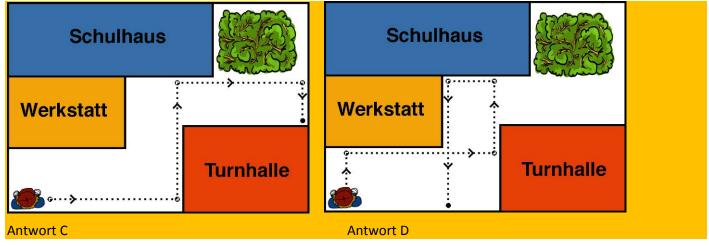
Jeremy steht in einer Ecke auf dem Pausenplatz. Man sieht ihn im Bild von oben. Er schaut in Richtung der Werkstatt.

Die Kinder wollen ihn nun zur anderen Seite des Pausenplatzes hinter den Busch steuern.

Welche Folge von Kommandos können die Kinder rufen, um Jeremy hinter den Busch zu steuern?

- A) Vor! Rechts! Vor! Links! Vor! Rechts! Vor! Links! Vor!
- B) Rechts! Vor! Links! Vor! Links! Vor!
- C) Rechts! Vor! Links! Vor! Rechts! Vor! Rechts! Vor!
- D) Vor! Rechts! Vor! Links! Vor! Links! Vor! Links! Vor!





Stufen	3-4	Leicht	Mittel	Schwer
Stufen	5-6	Leicht	Mittel	Schwer
Stufen	7-8	Leicht	Mittel	Schwer
Stufen	9-10	Leicht	Mittel	Schwer
Stufen	11-13	Leicht	Mittel	Schwer

DAS IST INFORMATIK!

Die Aufgabe handelt von der Steuerung von Robotern. Die Kommandos, die ein Roboter befolgen kann, sind seine Programmiersprache. Folgen von Kommandos sind seine Programme.

Es gibt viele verschiedene Robotertypen: Zum Beispiel auf Rädern rollende, mit Propellern fliegende, auf einem Bein hüpfende, auf mehreren Beinen laufende, im Wasser tauchende, im Weltraum herumdüsende. Manche haben Arme und Greifer. Manche können mit Kameras sehen, mit Mikrophonen hören, mit Tastern fühlen.

Je vielseitiger die Sensorik und die Aktorik eines Robotertyps ist, desto vielseitiger ist seine Programmiersprache.



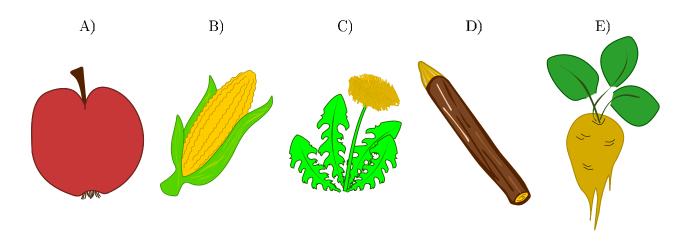
6. Geheimrezept

Die Biber bereiten sich auf eine Gartenparty vor und sie möchten gerne einen Crunchy Cake backen. Leider ist ihr Koch in die Ferien gefahren. Die Biber wissen aber, dass sie alle fünf Zutaten in der richtigen Reihenfolge zusammen mischen müssen.

Im Garten sieht sie, dass der Koch ihnen geholfen hat: er hat zu jeder Zutat einen Wegweiser zu der Zutat hingestellt, die als nächste hinzugefügt werden muss.



Welche Zutat müssen die Biber als erste nehmen?





Die richtige Antwort ist E) . Die erste Zutat kann nur diejenige sein, die nicht auf einem Schild steht, denn dann gibt es keine Zutat, die vor ihnen verwendet werden muss. Wenn beispielsweise der Apfel • die erste Zutat wäre, dürfte bei der Zuckerrübe kein Wegweiser zum Apfel stehen.

Dies ist Informatik!

Der Koch hat das Rezept für Crunchy Cake auf eine besondere Art und Weise hinterlassen: er hat jeweils eine Zutat mit der danach folgenden Zutat verbunden. Diese Art, eine Reihenfolge festzulegen, heisst in der Informatik eine verkettete Liste. Sie wird häufig dann verwendet, wenn man von einem Startelement der Reihe nach zu anderen Elementen gehen möchte. Wenn man jedoch alle Elemente hat und das erste Element sucht, kann das schwieriger sein, wie Du vielleicht festgestellt hast. Deswegen merkt sich der Computer zusätzlich noch, welches das erste Element ist.

Man kann sich auch vorstellen, dass mehrere Elemente auf dasselbe nächste Element zeigen. Das wäre bei einem Kuchen so als ob man zuerst den Boden und den Belag vorbereitet, bevor man beide zusammenfügt, es aber egal ist, was von den beiden Elementen man zuerst gemacht hat. Diese Art heisst dann aber nicht mehr Liste, sondern Baum weil man von verschiedenen Ästen zu einem gemeinsamen letzten Element kommt.

Webseiten und Stichwörter

Baum, Graph, Verkettete Liste

• https://de.wikipedia.org/wiki/Liste_(Datenstruktur)#Einfach_verkettete_Liste

7. Tauschhandel (SJ 3/4, 5/6, 7/8)

Bei der grossen Flut hat Benny Biber sein Hab und Gut verloren – ausser einer Bürste. Diese will er nun gegen einen anderen Gegenstand eintauschen, den er dann wiederum eintauschen will, usw. Sein Ziel ist es, mit mehrmaligem Tauschen zu einem Haus zu kommen. Benny hat die folgenden Tauschangebote im Bibernet gefunden. Zum Beispiel möchte Anna für eine Bürste einen Ballon geben.

Wie kann Benny mit mehrmaligem Tauschen zu einem Haus kommen?

Name	nimmt	gibt dafür	Name nimmt gibt dafür
Anna	Bürste	Ballon	
Bert	Bürste	Korb	Angebote von
Claudia	Ballon	Boot	
Daniel	Boot	Motorrad	links hierher
Emil	Ballon	Fahrrad	
Franziska	Korb	Boot	ziehen und in
Gustav	Korb	Hund	all a similations
Helen	Hund	Ballon	die richtige
Ivo	Fahrrad	Ballon	Doihonfolgo
Jeanine	Hund	Teppich	Reihenfolge
Klaus	Teppich	Motorrad	bringen!
Lili	Gemälde	Teppich	Dilligett:
Monika	Fahrrad	Motorrad	
Norbert	Teppich	Haus	

Ziehe passende Tauschangebote nach rechts

und bringe sie dort in die richtige Reihenfolge.

Wenn du fertig bist, klicke auf Antwort speichern!

Lösung:

So ist es richtig:

Name	nimmt	gibt dafür
Bert	Bürste	Korb
Gustav	Korb	Hund
Jeanine	Hund	Teppich
Norbert	Teppich	Haus



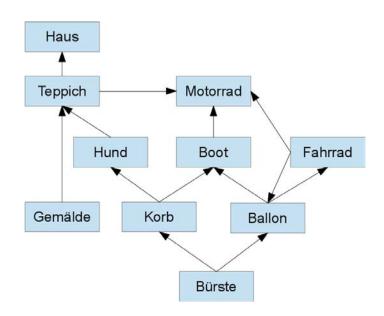
Stufen	3-4	Leicht	Mittel	Schwer
Stufen	5-6	Leicht	Mittel	Schwer
Stufen	7-8	Leicht	Mittel	Schwer
Stufen	9-10	Leicht	Mittel	Schwer
Stufen	11-13	Leicht	Mittel	Schwer

DAS IST INFORMATIK!

Der ganze Tauschhandel kann als "gerichteter Graph" betrachtet werden.

Die Knoten des Graphen, hier als Kästchen dargestellt, sind die Tauschobjekte. Die Pfeile des Graphen sind die Tauschangebote.

Ein Weg im Graphen, den Pfeilen folgend von einem Knoten zu einem anderen Knoten, zeigt, wie man mehrmalig tauschen kann.



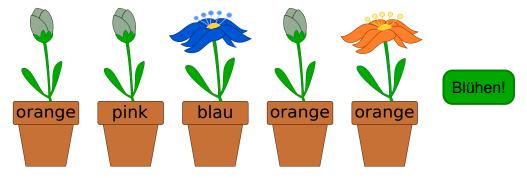
Nicht jeder Knoten ist von jedem anderen Knoten aus über einen Weg "erreichbar", man kann also nicht jedes Tauschobjekt gegen jedes andere eintauschen.



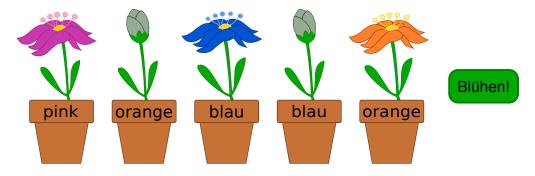


Lasst Blumen blühen!

Jana spielt ein Computerspiel. Insgeheim hat der Computer die Farben für die 5 Knospen ausgewählt. Die zur Verfügung stehenden Farben sind blau, orange und pink. Dies wird sich während des Spieles nicht ändern. Jana hat die Farben für jeden Knospen ausgewählt und auf "Blühen" geklickt. Es werden die jenigen Knospen blühen, bei denen die Farbe richtig erraten wurde. Alle weiteren Knospen werden nicht blühen.



Jana ändert in einem weiteren Schritt die Farben von einigen Knospen. Sie erhält dann:



Wähle für die fünf Blumen aus, welche Farben sie haben.

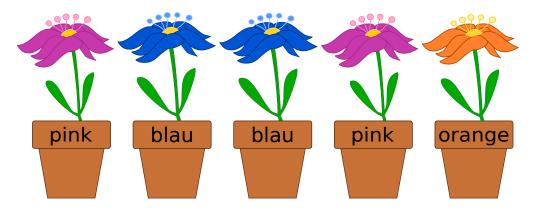




Die richtige Antwort ist "pink", "blau", "blau", "pink" und "orange". Nachdem zwei Mal geraten wurde, haben drei Knospen geblüht. Also können wir bereits beim zweiten Mal die vom Computer ausgewählten Farben für die erste, die dritte und die fünfte Knospe bestimmen.

Bei der zweiten Knospe hat Jana im ersten Versuch "pink" angegeben und die Blume hat nicht geblüht. Im zweiten Versuch hat Jana "orange" gewählt und die Blume hat immer noch nicht geblüht. Weil nur drei Farben vorhanden sind, bedeutet dies, dass die zweite Knospe "blau" ist.

Jana hatte "orange" und "blau" für die Knospe der vierten Blume ausgewählt und diese hatte jeweils nicht geblüht. Dies bedeutet, dass die vierte Knospe "pink" ist.



Dies ist Informatik!

Aus Ereignissen, die geschehen bzw. nicht geschehen sind, Schlüsse zu ziehen, ist eine wichtige Fähigkeit um verschiedene Probleme zu lösen. Diese Aufgabe ist eine vereinfachte Version eines sehr beliebten Logikspiels. Es ist vereinfacht, denn nach dem Raten erhält der Spieler alle Informationen, die er über die Blumen benötigt. Wenn der Spieler beim Raten verschiedene Farben auswählt, wird er beim dritten Raten die Farbe der Blume mit Sicherheit erfahren ... wenn er denn gut aufgepasst hat.

Webseiten und Stichwörter

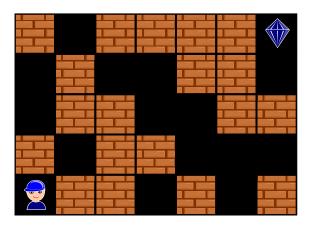
Logik, Strategiespiel, Algorithmus

https://de.wikipedia.org/wiki/Mastermind_(Spiel)



9. Mauern entfernen

Um zum Schatz in der rechten oberen Ecke zu kommen, muss Peter Mauern entfernen. Er will dabei in möglichst wenig Feldern Mauern entfernen.

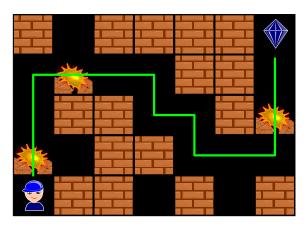


Entferne möglichst wenig Felder mit Mauern, sodass ein Weg zum Schatz frei wird.

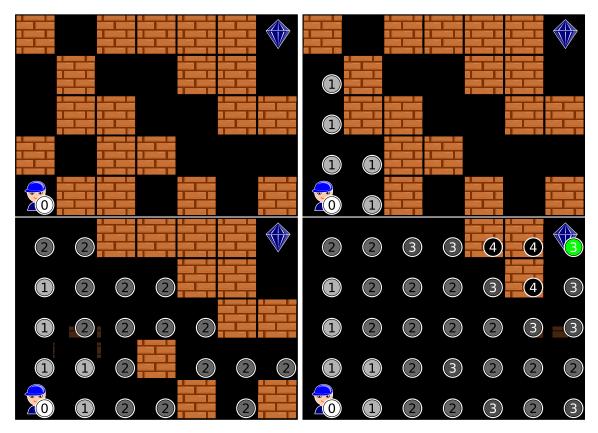




Es müssen mindestens drei Mauern entfernt werden. Im Bild unten sind diese Mauern durch die Explosionen gekennzeichnet, der entstandene freie Weg ist grün dargestellt.



Systematisch kann man das Ergebnis erhalten, wenn man jede Zelle markiert mit der "Anzahl an Mauern, die notwendigerweise entfernt werden müssen, um dorthin zu kommen". Wir beginnen in der Start-Ecke links unten. Wir markieren dieses Start-Feld mit 0. Alle weiteren schwarzen Felder, die man von dort direkt erreichen kann, markieren wir auch mit 0. Dann markieren wir die auf 0 angrenzenden Mauern mit 1, sowie alle schwarzen Felder, die man durch Entfernen einer dieser Mauern nun neu erreichen kann auch mit 1. Dann werden ebenso möglichst viele Mauern und schwarzen Felder mit 2 markiert, das sind dann alle Felder, die man durch Entfernen von 2 Mauern erreichen kann. Anschliessend markiert man alle Felder, die man durch Entfernen von 3 Mauern erreicht mit 3, usw. Wenn schliesslich das Zielfeld markiert ist, kennt man die kleinste Anzahl an zu entfernenden Mauern. In unserem Fall steht dort schliesslich die 3:







Dies ist Informatik!

Die Suche nach einem kürzesten Weg in einem Labyrinth ist ein bekanntes informatisches Problem. Auch Navigationssysteme nutzen verschiedene Techniken zum Auffinden kürzester Wege, auch unter bestimmten Nebenbedingungen wie dem Vermeiden von Strassen mit Gebühren (z.B. Autobahnen). In unserem Fall kommt es nur darauf an einen kürzesten Weg durch die Mauern zu nehmen, die Länge der anderen "normalen" Wege sind in unserer Aufgabe zu vernachlässigen.

Das Beantworten dieser Aufgabe erfordert algorithmisches Denken, es werden Zwischenergebnisse gespeichert und diese systematisch vom Startfeld ausgehend eingetragen. Man nennt diese Vorgangsweise auch Breitensuche.

Webseiten und Stichwörter

Labyrinth, Weg, Breitensuche

- https://de.wikipedia.org/wiki/Kürzester_Pfad
- https://de.wikipedia.org/wiki/Breitensuche

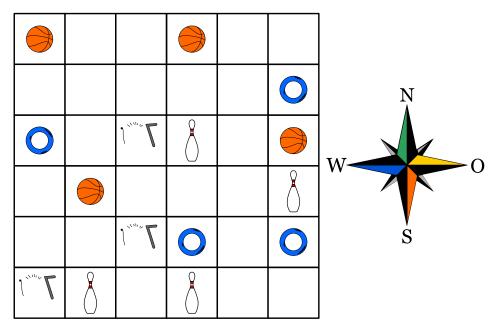


9. Zugleich

Drei Roboter arbeiten als Team zusammen. Du kannst das Team mit Richtungsbefehlen steuern: N, S, O oder W. Mit einem Richtungsbefehl steuerst du alle drei Roboter gleich: um ein Feld weiter in diese Richtung.

Du sollst die Roboter zu den Dingen steuern, die sie am Ende nehmen sollen. Damit sie nichts Falsches nehmen, musst du sie vorher um andere Dinge herum steuern.

Ein Beispiel: Du steuerst die Roboter mit diesen Befehlen: N, N, S, S, O. Dann nehmen die Roboter am Ende zwei Kegel und einen Ring.



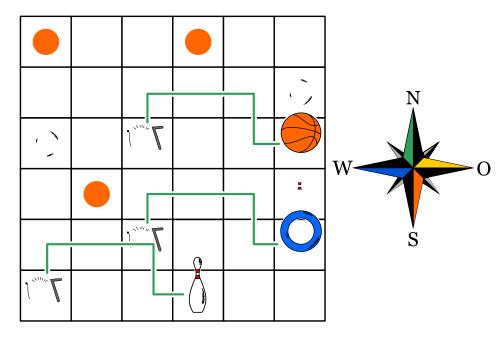
Die Roboter sollen einen Ball, einen Ring und einen Kegel nehmen. Mit welchen Befehlen musst du sie steuern?

- A) N, O, O, O
- B) N, O, O, S, O
- C) N, N, S, O, N
- D) N, O, O, S, W



Antwort B) ist richtig:

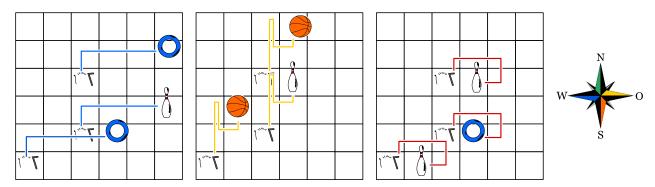
Mit den Befehlen N, O, O, S, O steuerst du die Roboter entlang der grünen Linien. Am Ende nehmen sie einen Ball, einen Ring und einen Kegel.



Antwort A) ist falsch: Mit den Befehlen N, O, O, O steuerst du die Roboter entlang der blauen Linien. Am Ende nehmen sie zwei Ringe und einen Kegel.

Antwort C) ist falsch: Mit den Befehlen N, N, S, O, N steuerst du die Roboter entlang der gelben Linien. Am Ende nehmen sie zwei Bälle und einen Kegel.

Antwort D) ist falsch: Mit den Befehlen N, O, O, S, W steuerst du die Roboter entlang der roten Linien. Am Ende nehmen sie zwei Kegel und einen Ring.



Dies ist Informatik!

In den meisten Fällen sind Computerprogramme so geschrieben, dass sie etwas Schritt für Schritt hintereinander ausführen. Die meisten Programmiersprachen sind darauf ausgerichtet und viele Menschen, die programmieren können, halten dies für die normale Vorgehensweise.

Seit einigen Jahren jedoch ist die Entwicklung von Prozessoren an Grenzen gestossen, die es schwierig machen, noch schnellere Prozessoren zu bauen, die Schritt für Schritt hintereinander Programme ausführen. Gleichzeitig ist es aber günstiger geworden, mehrere gleichzeitig arbeitende Prozessorkerne in einem Gehäuse zu vereinen. So haben moderne Computer in der Regel 2, 4 oder mehr Kerne,



die parallel arbeiten können. Bei Graphikkarten ist das noch extremer: sie beinhalten oftmals ganz viele Kerne, die zwar jeder für sich nicht allzu viel kann, aber in der Gesamtheit sind sie in der Lage, parallel viel zu berechnen. Bei einigen Graphikkarten kann man diese Prozessoren sogar dazu verwenden, mit ihnen beliebige Berechnungen anzustellen.

Das erfordert jedoch ein Umdenken für das Programmieren: man muss darauf achten, dass parallel laufende Prozesse sich nicht stören, dass sie nicht unnötig aufeinander warten müssen und dass sie am Ende gemeinsam doch das berechnet haben, was sie berechnen sollten. Und genau so etwas muss auch in dieser Aufgabe beachtet werden.

Webseiten und Stichwörter

Paralleles Programmieren

- https://de.wikipedia.org/wiki/Parallele_Programmierung
- https://de.wikipedia.org/wiki/General_Purpose_Computation_on_Graphics_ Processing_Unit



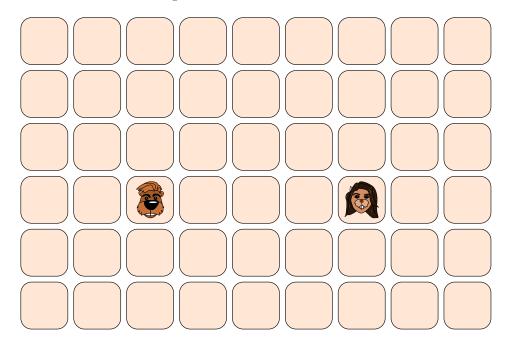
11. Dancing like the Stars

Ein Erdhörnchen (und ein Biber (nehmen an einer Tanzshow teil. Je nach Reaktion der Zuschauermenge vollführen sie bestimmte Tanzschritte. Die folgende Tabelle zeigt, wie sie sich bewegen:

 Wow!	Kreisch!	Klatsch!	Buh!
—	1-		‡ ‡
↑→	→↓	111	+

Wenn zum Beispiel die Zuschauermenge kreischt, wird das Erdhörnchen sich ein Feld nach oben und ein Feld nach links bewegen; gleichzeitig wird der Biber sich ein Feld nach rechts und ein Feld nach unten bewegen.

Sie starten auf der Tanzfläche an folgenden Positionen:



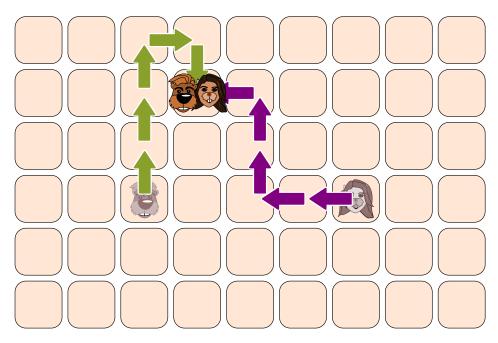
Welcher der folgenden Aktionen der Zuschauer lassen das Erdhörnchen und den Biber am Ende auf einem gemeinsamen Feld landen?

- A) Buh! Kreisch!
- B) Wow! Kreisch!
- C) Kreisch! Kreisch!
- D) Klatsch! Kreisch!

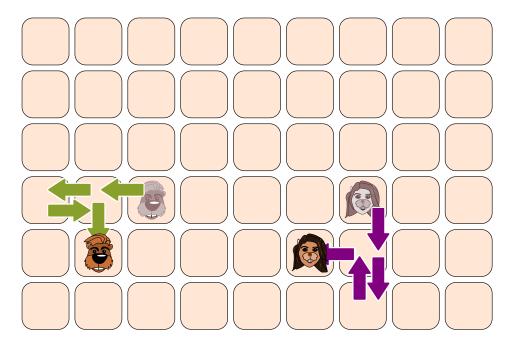




Die Antwort D) "Klatsch! Kreisch!" ist korrekt:

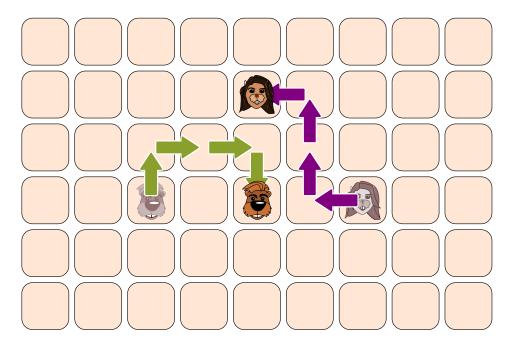


In allen anderen Fällen landen das Erdhörnchen und der Biber an einer anderen Stelle: A) "Buh! Kreisch!":

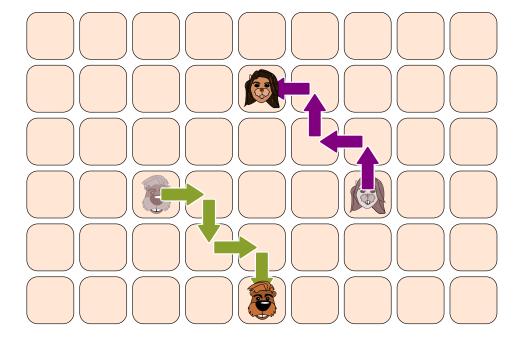




B) "Wow! Kreisch!":



C) "Kreisch! Kreisch!":



Dies ist Informatik!

Diese Aufgabe ist ein Beispiel für die Arbeit eines Parallelrechners. In diesem Fall handeln zwei Akteure unabhängig voneinander, jedoch nach vorher definierten Regeln. Wenn zwei Akteure kollidieren, also zur gleichen Zeit auf dieselbe Ressource zugreifen wollen (wie beispielsweise den Arbeitsspeicher oder ein angeschlossenes Gerät), muss geregelt werden, wer die Ressource zuerst nutzt. Dies kann man beispielsweise durch Semaphoren regeln. Dies gibt einem Akteur die Möglichkeit, eine Ressource zu reservieren, zu nutzen und danach wieder freizugeben. Während der Reservierung darf kein anderer Akteur darauf zugreifen. Damit eine Ressource nicht gleichzeitig reserviert wird, gibt es in





der Regel ein zentrales System (z.B. das Betriebssystem), das die Reservierungen der Ressourcen verwaltet und Anfragen in einer eindeutigen Reihenfolge abarbeitet.

Als Du Dir die Abfolge der Tanzschritte auf dem Bildschirm überlegt hast, hast Du übrigens eine Simulation der zwei Akteure vorgenommen. Computersimulationen helfen an sehr vielen Stellen in der Wirklichkeit, zum Beispiel werden Wetterprognosen mit Hilfe von Computersimulationen erstellt.

Webseiten und Stichwörter

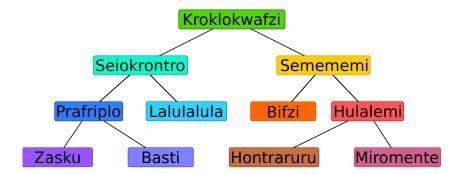
Parallelrechner, Semaphor, Simulation

- https://de.wikipedia.org/wiki/Parallelrechner
- https://de.wikipedia.org/wiki/Semaphor_(Informatik)
- https://de.wikipedia.org/wiki/Computersimulation



15. Hierarchie

Das Bild beschreibt die Beziehungen zwischen Tierarten auf dem Planet Morgenstern. Eine Linie zwischen zwei Tierarten bedeutet, dass alle Tiere der unteren Art auch Tiere der oberen Art sind.



Beispielsweise sind alle "Hulalemi" auch "Semememi". Manche "Seiokrontro" sind hingegen keine "Basti".

Nur eine der der folgenden Behauptungen ist richtig. Welche?

- A) Alle Basti sind auch Seiokrontro.
- B) Manche Hontraruru sind keine Semememi.
- C) Alle Zasku sind auch Bifzi.
- D) Alle Prafriplo sind auch Basti.





Die richtige Antwort ist A).

- A): Alle Tiere der Art Basti sind auch Tiere der Art Prafriplo. Da alle Prafriplos Tiere der Art Seiokrontro sind, sind auch alle Bastis Tiere der Kategorie Seiokrontro.
- B): Hontrarurus sind Tiere der Art Hulalemi, welche wiederum Tiere der Art Semememi sind. Deshalb sind alle Hontrarurus Tiere der Art Semememi.
- C): Zaskus sind Tiere der Art Prafriplo, nicht jedoch der Art Bifzi.
- D): Alle Bastis sind Tiere der Art Prafriplo, nicht jedoch umgekehrt.

Dies ist Informatik!

Die Beziehungen der Tierarten sind in einer Form notiert, die in der Informatik "Baum" genannt werden. Biologen nutzen dies als "Phylogenetischer Baum", der Beziehungen zwischen Tierarten darstellen.

In der Informatik werden Bäume oft verwendet um Beziehungen graphisch darzustellen. So zeigt ein Familienstammbaum beispielsweise die Beziehung zwischen Kindern, Eltern und Großeltern. Wenn Beziehungen in Form von Bäumen dargestellt werden, kann schnell festgestellt werden, welche Beziehung zwischen zwei Knotenpunkten besteht.

Bäume eignen sich darüber hinaus hervorragend, um Elemente geordnet abzuspeichern, bzw. um Elemente rasch zu finden ... man benötigt nur wenige Schritte, um riesige Mengen von Daten zu durchsuchen.

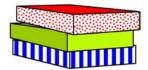
Webseiten und Stichwörter

Bäume, Spezialisierung, Generalisierung

- https://de.wikipedia.org/wiki/Baum_(Graphentheorie)
- https://de.wikipedia.org/wiki/Phylogenetischer_Baum

1-2-3 Kuchen (SJ 5/6) **16.**

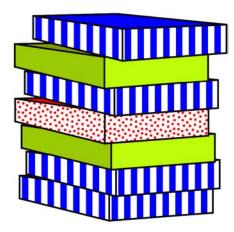
Tim ist Kuchenbäcker. Er backt immer drei Kuchen gleichzeitig. Sobald die drei Kuchen fertig sind, packt Tim sie in drei bunte Schachteln. Die stapelt er immer gleich. Das siehst du auf dem Bild.



Den Dreierstapel bringt er sofort zum Verkäufer Tom. Der stellt den Dreierstapel zuoberst auf seinen Verkaufsstapel. Wenn Tom einen Kuchen verkauft, nimmt er immer die oberste Schachtel vom Verkaufsstapel.

Tim backt schneller als Tom verkaufen kann.

Wie viele Kuchen hat Tom mindestens verkauft, wenn der Verkaufsstapel so aussieht?



A) 4 Kuchen

B) 5 Kuchen

C) 6 Kuchen

D) 7 Kuchen

Lösung:

Antwort B ist richtig. Tom hat mindestens die fünf Kuchen verkauft, die fehlen, wenn man den Verkaufsstapel mit dem "vollzähligen Verkaufsstapel" vergleicht. Vollzählig heisst, aus keinem Dreierstapel fehlt ein Kuchen.

Vielleicht hat Tom sogar acht oder elf oder noch mehr Kuchen verkauft – wenn alle drei Kuchen eines Dreierstapels verkauft wurden, sieht man das dem Verkaufsstapel nicht an.





DAS IST INFORMATIK!

Als Stapel (oder Keller) wird eine Art der Speicherung bezeichnet, bei der das zuletzt eingelesene Element als erstes wieder ausgelesen wird. Das nennt man LIFO – Last In First Out. Das Stapelkonzept wird in der Programmierung häufig verwendet, zum Beispiel beim Aufruf von Unterprogrammen. Der Computer merkt sich in einem Stapel, wo das Programm weiterlaufen soll, wenn das Unterprogramm fertig ist. Der Stapel ist darum praktisch, weil das Unterprogramm noch ein weiteres Unter-Unterprogramm aufrufen könnte usw.

http://de.wikipedia.org/wiki/Stapelspeicher

http://fr.wikipedia.org/wiki/Pile %28informatique%29

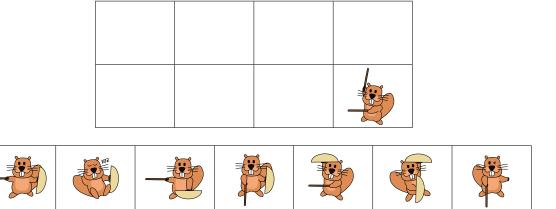
http://it.wikipedia.org/wiki/Stack

http://en.wikipedia.org/wiki/Stack %28abstract data type%29



17. Japanischer Stockkampf

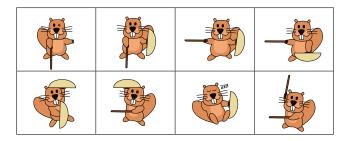
Lucia und ihre Freunde sind Mitglieder eines Clubs für japanischen Stockkampf. Für ein Foto möchten sie sich auf dem Schulhof so aufstellen, dass jeder Stock auf ein Schild zeigt. Dafür wurden Felder auf den Schulhof gezeichnet. Lucia hat sich bereits in Pose gestellt, darunter sind die Lieblingsposen ihrer Freunde:



Ordne die Bilder der Freunde den Feldern auf dem Schulhof zu, so dass am Ende jeder Stock auf ein Schild zeigt.



So ist es richtig:



Die Bilder der Freunde müssen so in die Felder bewegt werden, wie es im Bild oben gezeigt wird. Dann zeigt jeder Stock auf ein Schild. Eine andere Möglichkeit, die Bilder so anzuordnen, dass diese Bedingung erfüllt ist, gibt es nicht.

Dies ist Informatik!

Sieben Bilder müssen an die richtige Stelle geschoben werden. Wer versucht diese Aufgabe durch einfaches Ausprobieren zu lösen braucht viel Zeit. Denn es gibt $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 7! = 5040$ verschiedene Möglichkeiten, die sieben Bilder zu arrangieren. Die meisten davon sind natürlich falsch. Mit ein bisschen Logik findest du die Lösung schneller. Überlegen wir mal:

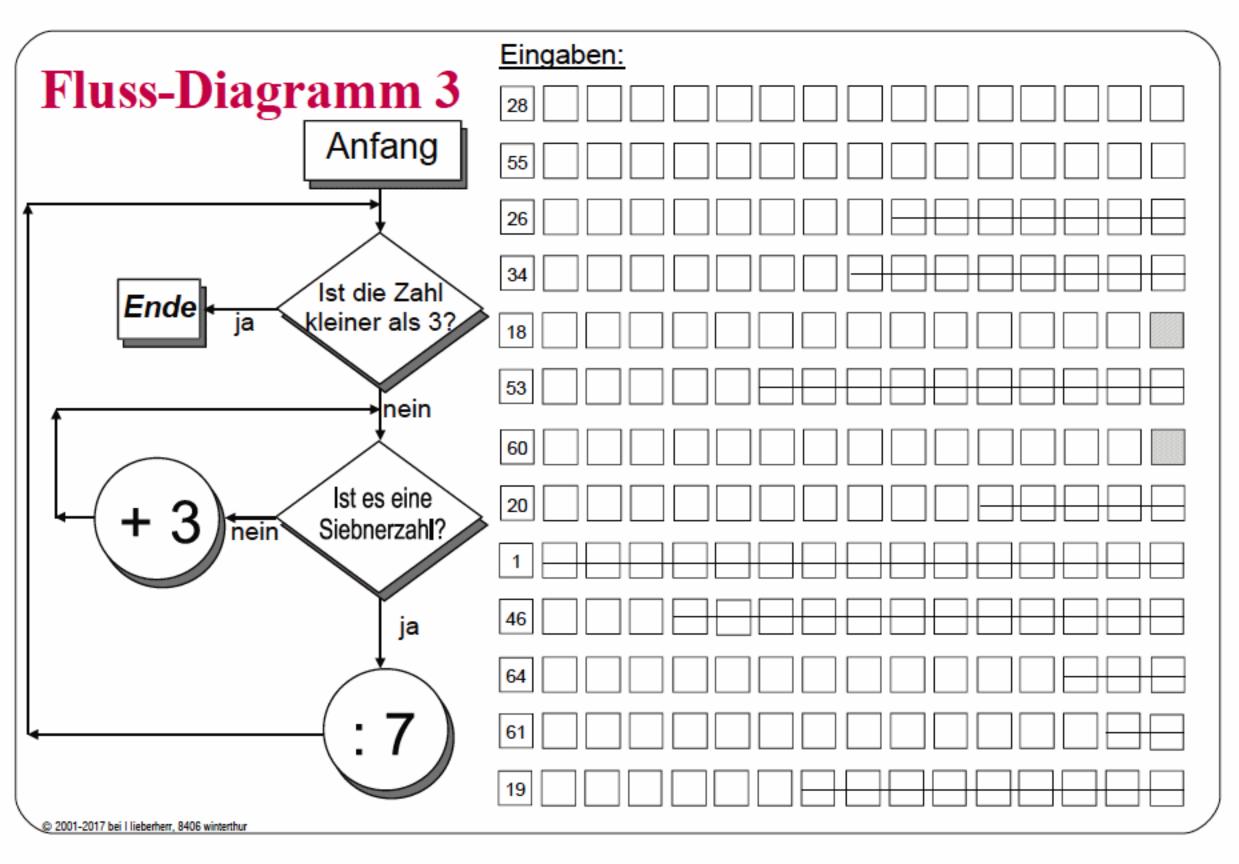
- 1. Alle Biber, die einen Stock oder ein Schild (es gibt gleich viele Stöcke und Schilde) nach oben halten, müssen in der unteren Reihe stehen.
- 2. Alle Biber, die einen Stock oder ein Schild nach unten halten, müssen in der oberen Reihe stehen.
- 3. Es gibt nur einen einzigen Biber, der sein Schild nach unten hält und deshalb oberhalb von Lucia stehen kann.

Mit diesen Regeln kannst du den Suchraum für das Finden einer richtigen Lösung auf wenige Möglichkeiten eingrenzen. Ein Verfahren zum systematischem Ausprobieren aller Lösungsmöglichkeiten nach dem Prinzip von "Versuch und Irrtum" ist das Backtracking. Ein solches Verfahren ist aber nur dann schnell genug, wenn der Suchraum klein ist. Deshalb ist das Eingrenzen durch logische Regeln so wichtig.

Webseiten und Stichwörter

Logisches Denken, Schlussfolgerung

- https://de.wikipedia.org/wiki/Backtracking
- http://www.inf-schule.de/grenzen/komplexitaet/affenpuzzle/einstieg_affenpuzzle





18. Opas Marmelade

Weil ihr Opa Marmelade kocht, helfen Anna, Peter und Lisa, die Marmelade in Gläser abzufüllen. Dazu müssen sie jeweils diese Arbeitsschritte erledigen – und zwar genau in dieser Reihenfolge:



Ein Glas spülen dauert 3 Minuten.



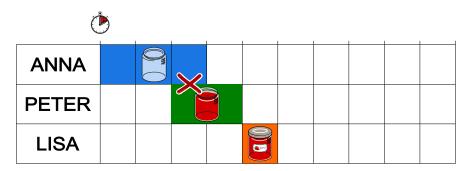
Marmelade in ein Glas füllen dauert 2 Minuten.



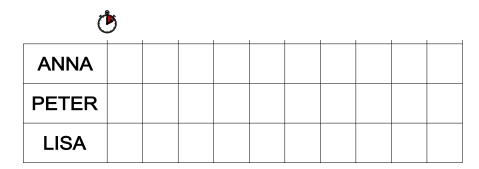
Ein Glas zu verschliessen dauert 1 Minute.

Anna, Peter und Lisa wollen sich die Arbeit aufteilen und dazu einen Plan erstellen. Dabei müssen sie beachten: Ein Arbeitsschritt muss komplett erledigt sein, bevor der nächste drankommen kann. Ein Glas muss ganz sauber sein, bevor man Marmelade einfüllt. Und das Glas darf natürlich erst geschlossen werden, wenn es fertig gefüllt ist.

Der folgende Plan ist also nicht möglich:

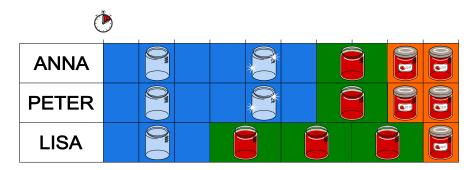


Anna, Peter und Lisa wollen in 10 Minuten möglichst viele Gläser abfüllen. Erstelle dazu einen Plan:





Hier ist ein Plan, mit dem Anna, Peter und Lisa fünf Gläser in 10 Minuten abfüllen können. Es gibt noch andere Pläne, mit denen sie das ebenfalls schaffen können. In diesen Plänen sind die drei Zeilen – also die Folgen von Arbeitsschritten, die die einzelnen Kinder erledigen sollen – gleich wie im abgebildeten Plan, aber anderen Kindern zugeordnet.



Mehr als fünf Gläser können die Kinder in 10 Minuten nicht abfüllen. Das Abfüllen eines Marmeladenglases dauert 6 Minuten; denn 3+2+1=6. Jedes der drei Kinder hat 10 Minuten Arbeitszeit. Somit beträgt die gesamte Arbeitszeit 30 Minuten. Es ist nicht möglich in 10 Minuten mehr als 5 Gläser fertig zu stellen; denn 30:6=5. Fünf Gläser sind also das theoretische Optimum. Es kann mit dem abgebildeten Plan erreicht werden.

Dies ist Informatik!

In dieser Biberaufgabe arbeiten Anna, Peter und Lisa gleichzeitig, also parallel an den einzelnen Schritten eines Arbeitsvorgangs. Parallelverarbeitung gibt es auch in der Informatik. Zum Beispiel werden in Rechenzentren grosse Datenmengen von vielen Computern zur gleichen Zeit (parallel) verarbeitet. Dabei müssen – wie in der Aufgabe – einzelne Arbeitsschritte auf die Computer in sinnvoller Weise verteilt werden. Aber auch in einem einzigen Computer oder einem Smartphone gibt es mehrere Arbeitseinheiten (Prozessorkerne), die Arbeitsschritte parallel verarbeiten können. Die Erstellung eines Arbeitsplans (mit dem natürlich möglichst viel erledigt werden soll) nennt die Informatik auch "Scheduling".

Aber auch ausserhalb der Informatik gibt es ähnliche Probleme. Für die Planung von Abläufen in einem grossen Projekt verwendet man die Netzplantechnik. In einem Netzplan ist festgelegt, in welcher Reihenfolge Arbeitsschritte ausgeführt werden und wie lange sie dauern. Die Aufstellung eines guten Netzplans ist wie Scheduling. Informatikkenntnisse helfen also auch, wenn man gar nicht als Informatikerin oder Informatiker arbeitet.

Webseiten und Stichwörter

Scheduling, Parallelverarbeitung

• https://de.wikipedia.org/wiki/Netzplantechnik

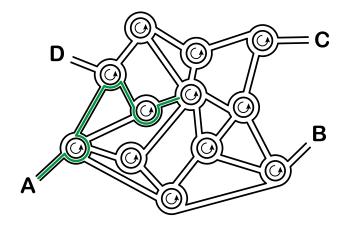


19. Stadt der Kreisel

Nicht weit von Biber City gibt es eine Stadt, in der es nur Kreisel und sonst keine anderen Kreuzungen gibt. Wenn die Bewohner dieser Stadt einen Weg erklären, sagen sie ganz einfach:

- Beim nächsten Kreisel nimm die 4. Ausfahrt.
- Beim dann folgenden Kreisel nimm die 1. Ausfahrt.
- Beim dann folgenden Kreisel nimm die 2. Ausfahrt.

Wenn sie wissen, dass es sich um einen geübten einheimischen Fahrer handelt, sagen sie nur "4 1 2" und alle wissen, was gemeint ist:



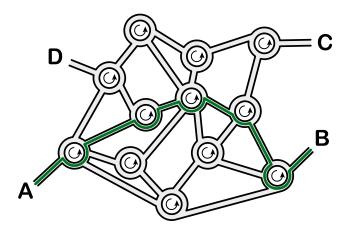
Wohin führt die Wegbeschreibung "3 1 3 2 3", wenn man vom Punkt A startet?

- A) Sie führt zum Punkt A.
- B) Sie führt zum Punkt B.
- C) Sie führt zum Punkt C.
- D) Sie führt zum Punkt D.





Sie führt zum Punkt B:



Dies ist Informatik!

Diese Aufgabe ist ein gutes Beispiel für formalisierte Information. Ein Steuerungscomputer kann mit einer ausformulierten Wegbeschreibung nicht viel anfangen. Wenn man aber eine Wegbeschreibung wie im Beispiel als Folge von Zahlen angeben kann, dann ist die Information in einer Form, die ein Computer als Folge von Befehlen interpretieren kann. So eine Befehlsfolge nennt man auch Sequenz und ist ein wichtiger Baustein in fast allen Programmiersprachen.

In diesem Beispiel ist es hilfreich, dass das Strassennetz gleichförmig aufgebaut ist: Alle Kreuzungen sind Kreisel. Solche gleichförmigen Strukturen nennt man homogen, im Gegensatz zu gemischten Strukturen, die als heterogen bezeichnet werden. Homogene Strukturen sind für Programme leichter abzuarbeiten als heterogene, weshalb man sie in der Informatik bevorzugt, wenn es keinen zwingenden Grund dagegen gibt.

Webseiten und Stichwörter

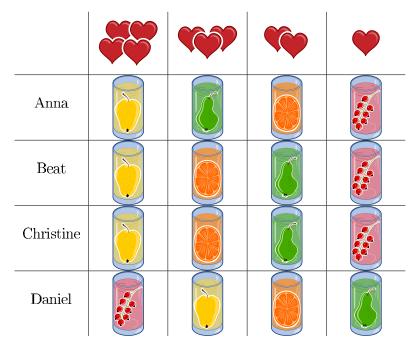
Sequenzen, Ausführen von Programmen, Formale Sprache

• https://de.wikipedia.org/wiki/Imperative_Programmierung



23. "Saftladen"

Auf dem Weg in den Urlaub halten vier Freunde bei einem Laden, in dem man Saft kaufen kann, um sich zu erfrischen. Jeder der vier Freunde hat bestimmte Vorlieben, die in der Tabelle unten festgehalten sind. Mehr Herzen bedeutet, dass das Getränk lieber getrunken wird. Beispielsweise mag Anna das Getränk mit drei Herzen, das Getränk aber nur mit einem Herzen. Daniel hingegen mag das Getränk mit vier Herzen und das Getränk nur mit einem Herz.



Der Saftladen ist sehr beliebt, daher hat er von jedem der vier Getränke nur noch je ein Glas übrig. Wähle die Getränke für die vier Freunde so, dass die Anzahl der Herzen insgesamt möglichst gross ist.



Die höchst erreichbare Anzahl Herzen ist 14, beispielsweise bei der folgenden Lösung:

	7	(
Anna			
Beat			
Christine			
Daniel			

Um auf diese Lösung zu kommen, geht man idealerweise von Daniel aus. Er mag das Getränk $^{\ell}$ mit vier Herzen, das alle anderen nur mit einem Herz mögen. Wenn man dann Beat oder Christine

das Getränk Ugibt, können die beiden übrig gebliebenen (Anna und Christine respektive Anna und Beat) jeweils ihr zweitliebstes Getränk wählen.

Drei der vier Freunde mögen am liebsten U. Da aber nur eines dieser Getränke vorhanden ist, müssen zwei sich mit ihrem Zweitwunsch zufrieden stellen. Es kann also keine Kombination mit mehr als 3 + 3 + 4 + 4 = 14 Herzen geben.

Es gibt auch nur diese beiden Lösungen mit 14 Herzen, da alle anderen Lösungen von mindestens einem der Freunde verlangen, dass er sein drittliebstes Getränk mit 2 Herzen wählt, so dass maximal 2+3+4+4=13 Herzen erreicht werden können.

Dies ist Informatik!

In dieser Aufgabe geht es darum, die Anzahl der Herzen (und damit die Zufriedenheit der vier Freunde) zu optimieren. Optimierung ist ein wichtiger Forschungsschwerpunkt der Informatik und auch der Mathematik, da sie an vielen Stellen auftaucht und häufig Algorithmen zum Finden optimaler Lösungen für eine Aufgabe sehr viel Zeit brauchen. In diesem Fall muss ein einfacher Algorithmus, der alle möglichen (und unmöglichen) Lösungen durchsucht, über 65000 verschiedene Lösungen ausprobieren. Durch geschicktes Überlegen kann man das zwar drastisch reduzieren (es gibt nur 24 mögliche Lösungen, für die die Anzahl der Herzen ausgerechnet werden muss), diese Überlegungen sind jedoch nicht immer offensichtlich.

Das konkrete Problem dieser Aufgabe ist eine Sonderform des Matching-Problems: jeder der vier Personen soll genau ein Getränk zugewiesen werden und es gibt von jedem der vier Getränke nur genau eines. Zudem soll die Zufriedenheit möglichst hoch sein. Solche Probleme tauchen in der Welt ebenfalls auf, man denke nur an die Wartelisten für Organtransplantationen. Auch hier muss den



Patienten ein Organ zugewiesen werden und gleichzeitig müssen einschränkende Bedingungen (wie beispielsweise die Wartezeit oder die Dringlichkeit der Transplantation aber auch die Verträglichkeit) in Betracht gezogen werden.

Webseiten und Stichwörter

Optimierung, Matching

- https://de.wikipedia.org/wiki/Optimierung_(Mathematik)
- https://de.wikipedia.org/wiki/Branch-and-Bound
- https://de.wikipedia.org/wiki/Matching_(Graphentheorie)



26. Ersetzungen

Herr Müller ist plötzlich erkrankt. In seiner Firma soll Herr Maier deshalb alle Aufgaben von Herrn Müller übernehmen. Zum Glück wurde Herr Müller nach 2 Wochen wieder gesund, weil aber Herr Maier schon sehr gut eingearbeitet war, vereinbarten beide, dass Herr Müller jetzt die früheren Aufgaben von Herrn Maier übernehmen und Herr Maier die Aufgaben von Herrn Müller weiterführen soll. Die Projektdokumentation soll nun so geändert werden, dass im Text der Name Müller durch den Namen Maier ersetzt wird und umgekehrt. Im verwendeten Projektplaner können beliebige Texte durch andere ersetzt werden.

Welche Vorgangsweise ist sinnvoll, wenn man annimmt, dass im Text nirgends ein "#"-Zeichen vorkommt?

- A) Ich ersetze zuerst alle "Müller" mit "Maier" und dann alle "Maier" mit "Müller".
- B) Ich ersetze zuerst alle "Maier" mit "Müller" und dann alle "Müller" mit "Maier".
- C) Ich ersetze alle "Müller" mit "#" dann alle "#" mit "Maier" und dann alle "Maier" mit "Müller".
- D) Ich ersetze alle "Müller" mit "#" dann alle "Maier" mit "Müller" und dann alle "#" mit "Maier".



Die richtige Antwort ist D) Ich ersetze alle "Müller" mit "#" dann alle "Maier" mit "Müller" und dann alle "#" mit "Maier".

- A) In diesem Fall würden nur die "Müller" überbleiben und alle "Maier" verloren gehen, denn nach der ersten Ersetzung kommt nur noch "Maier" vor, was dann komplett durch "Müller" ersetzt würde.
- B) In diesem Fall würden nur die "Maier" überbleiben und alle "Müller" verlorengehen, denn nach der ersten Ersetzung kommt nur noch "Müller" vor, was dann komplett durch "Maier" ersetzt würde.
- C) In diesem Fall würden nur die "Müller" überbleiben und alle "Maier" verlorengehen, denn nachdem alle "Müller" durch "#" ersetzt wurden, werden diese sofort weiter durch "Maier" ersetzt, welche wiederum komplett durch "Müller" ersetzt werden.
- D) Ist die einzige Vorgangsweise die funktioniert, weil die Vorkommen von Müller durch "#" ersetzt werden und so erhalten bleiben, während die "Maier" durch "Müller" ersetzt werden.

Dies ist Informatik!

Obwohl eine einzelne Ersetzung ein ganz einfacher Vorgang ist, spielen Ersetzungen eine wichtige Rolle in der Informatik. Mittels Serien von Ersetzungen können komplexe Aufgaben durchgeführt werden. Auch in der theoretischen Informatik kommen sie vor, so werden zum Beispiel formale Grammatiken als eine Liste von Ersetzungsregeln formuliert.

In dieser Aufgabe besteht die Schwierigkeit darin, dass zwei Begriffe miteinander vertauscht werden ... dies funktioniert nur, wenn ein dritter sonst nicht verwendeter Begriff als temporärer Begriff verwendet wird.

Webseiten und Stichwörter

Textverarbeitung, Sequenzen von Anweisungen befolgen, Variablentausch

• https://de.wikipedia.org/wiki/Formale_Grammatik

Christian Rohrbach

Algorithmen, Flussdiagramme und schwarze Löcher

Für (hoch-)begabte Mittelstufenlernpartner und neugierige Oberstufenklassen

Kopfrechentraining und das Üben der schriftlichen Subtraktion sind kein Luxus. Sollen die Übungen produktiv sein, d.h. auch etwas mathematisch-inhaltlich Bedeutsames aufzeigen, so sind solche Aufgaben nicht ganz einfach zu finden.

Mit den folgenden Arbeitsblättern sind folgende Zielsetzungen und Fragen angesprochen:

- Welchen Einfluss auf die Lösungsstrategie und das Vorgehen hat die Art und Weise, wie eine Aufgabe den Schülerinnen und Schülern präsentiert wird? Was bevorzugen sie selber?
- Im Kleinen sollen die Schüler und Schülerinnen Gelegenheit erhalten, selber zu «forschen» und zu «entdecken»; mit offenen Fragestellungen werden die zunächst gestellten Aufgaben aufgebrochen und ausgeweitet. Weitere Fragestellungen darüber hinaus sind möglich und können sich die Kinder selber ausdenken.
- Unerwartete und verblüffende Ergebnisse werden sich einstellen, z.T. sind die Probleme fachwissenschaftlich noch nicht gelöst. Die Einstellung und Haltung der Kinder über das, was Mathematik ist oder eben nicht ist, könnte durch solche Probleme im motivierend positiven Sinne beeinflusst werden.

Bei jeder der gestellten Aufgaben geht es um einen Algorithmus, also um einen «nach einem bestimmten Schema ablaufenden Rechenvorgang» (Duden). Die Algorithmen für die schriftlichen Operationen sind den Schülerinnen und Schülern seit der Mittelstufe bestens bekannt. Hier werden sie ganz andere Abläufe antreffen, bei denen sie zunächst nicht wissen (höchstens ahnen) können, wohin sie führen. Im bescheidenen Rahmen sind sie damit in die gleiche Situation versetzt wie ein mathematisch Forschender: Man probiert etwas aus, entdeckt eine bestimmte Regelmässigkeit, etwas Auffälliges und versucht danach zu erklären, zu verstehen, zu beweisen, warum das so ist.

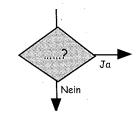
Verwendung der Arbeitsblätter

(Aufgaben 1 bis 6)

Die Arbeitsblätter enthalten je zwei Abschnitte. Auf die Resultate und mathematischen Hintergründe der Aufgaben wird weiter unten je einzeln eingegangen. Die Blätter können nach folgendem Phasenplan eingesetzt werden.

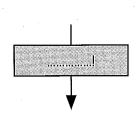
Voraussetzung:

Die Schüler und Schülerinnen kennen die Grafik eines Flussdiagrammes. Nötig ist lediglich, zwischen zwei grafischen Elementen zu unterscheiden:



Entscheidung

In diesem Kästchen steht eine Frage, die mit «Ja» oder «Nein» beantwortet werden kann. Der Antwort entsprechend wird das Kästchen verlassen



Anweisung

Hier steht eine Aufforderung, etwas zu tun. Das Ergebnis der Handlung (meist einer Rechnung) wird dann im so genannten «Arbeitsspeicher» unter dem entsprechenden Buchstaben notiert. Dies wird mit dem Pfeil → signalisiert.

Bei der Weiterarbeit wird immer mit der untersten, also zuletzt eingetragenen Zahl weitergearbeitet. Der «Arbeitsspeicher» kann etwa an den oder die Speicher in einem Taschenrechner erinnern, in die man ebenfalls Zahlen «ablegen» und wieder holen kann.

Die auf den Blättern vorhandenen gezeichneten «Arbeitsspeicher» sind lediglich als Vorlage gedacht für die Gestaltung im eigenen Heft oder auf dem eigenen Blatt Papier, denn sie werden beim Lösen der Aufgaben platzmässig nicht ausreichen.

Ohne es jeweils zu erwähnen, wird bei allen Aufgaben nur im Zahlenraum der natürlichen Zahlen \mathbf{N}_0 gearbeitet. Mit z.B. «Wähle eine Zahl» ist also immer eine natürliche Zahl gemeint.

Phase 1:

Vom ersten Arbeitsblatt bearbeitet die eine Hälfte der Klasse den oberen Teil «Schritt für Schritt», die andere den unteren, das «Flussdiagramm». Anschliessend stellen sich die Schüler und Schülerinnen gegenseitig ihre Ergebnisse vor. Sie werden feststellen, dass die Resultate übereinstimmen. Es lohnt sich dann, auf der Metaebene ein Gespräch zu führen über die Art und Weise, wie jede und jeder Einzelne Aufgaben löst und welchen Einfluss die Präsentationsart auf das Lösungsverhalten und die persönliche Einstellung zur Aufgabe hat.

Phase 2:

Die Probleme «Ziffern und Zahlen», «Ungelöstes Problem» und «Knapp 100» können arbeitsteilig in kleinen Gruppen angegangen werden. Nach der Arbeit stellen sich die Gruppen gegenseitig ihre Resultate vor. Die Lehrkraft kann ergänzende Anmerkungen mache (siehe dazu die Hinweise weiter unten).

Phase 3:

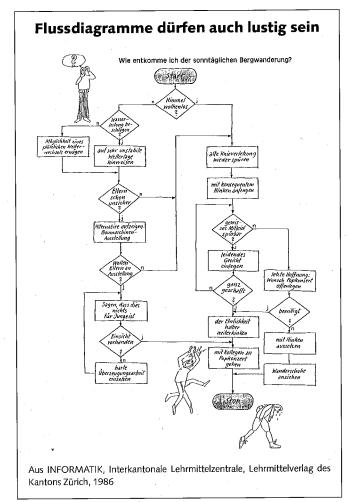
Wiederum in Gruppen wird die abschliessende Aufgabe «Schwarze Löcher» angegangen. In einem Klassengespräch wird das Thema ausgewertet und die Arbeit abgeschlossen.

Nun zu den Problemen oder Aufgaben im Einzelnen.

«Schritt für Schritt» und «Flussdiagramm»

(Aufgaben 1 und 2)

Beide Teile dieses Arbeitsblattes enthalten die genau gleichen Aufgaben. Sie wurden übernommen, ergänzt, leicht umformuliert und textlich angepasst aus den beiden Lehrmitteln «Mathematik 5» («Schritt für Schritt») und «Mathematik 8» («Flussdiagramm»).



Der grosse Unterschied ist auf den ersten Blick ersichtlich: Während oben der Algorithmus in fünf sprachlichen Anweisungen enthalten ist, wird er unten in der Form eines Flussdiagramms präsentiert. Der sich permanent wiederholende Prozess wird durch die im Flussdiagramm deutlich gezeigte Schleifenstruktur visualisiert.

Unter «Schritt für Schritt» heisst es: «... wirst du etwas merken.» Das ist die Frage nach dem Abbruchkriterium, das unten im Flussdiagramm im Kasten mit «...?» offen gelassen ist.

Es macht natürlich wenig Sinn, wenn sich alle Schüler und Schülerinnen mit beiden Aufgaben auf diesem Arbeitsblatt beschäftigen. Aber spannend für sie und die Lehrkraft wird es sein, wenn nach der arbeitsteiligen Bearbeitung nicht nur die



Resultate verglichen werden, sondern auch über die Arbeitsweise gesprochen wird: Welche Art der Präsentation der Aufgaben führte zu welchen Verständnisschwierigkeiten? Welche wird von den Schülerinnen und Schüler warum bevorzugt? Gibt es Unterschiede, wie Sprachschwache und -starke auf diese zwei Formen ansprechen?

In der heutigen auf visuelle Präsentation ausgerichteten Kommunikationskultur darf die Chance nicht verpasst werden, auch im Mathematikunterricht eine grafisch orientierte Art der Aufgabenpräsentation, wo es möglich und sinnvoll ist, zu pflegen – ganz abgesehen davon, dass die textlichen Kurzformen, wie sie z.B. in den Flussdiagramm-Kästchen vorkommen, den sprachlich eher schwachen Kindern engegenkommen. Einsicht in den sich mehrfach wiederholenden Ablaufprozess bietet das Flussdiagramm auf eindrückliche Weise; nicht jeder beliebige Algorithmus muss auch zwingend zu einem Ende kommen; hier haben wir es jeweils mit einer Art «Glücksfall» zu tun. Darum werden die folgenden Algorithmen mit Flussdiagrammen präsentiert; sie stammen aus den Büchern «Mathematik 7 und 8» (siehe Quellen) und sind leicht modifiziert und angepasst worden.

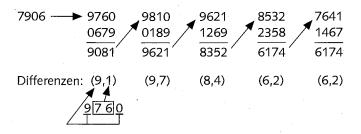
Erkundungsresultate bei «Schritt für Schritt» und «Flussdiagramm»:

Abgesehen von den hier uninteressanten so genannten «Schnapszahlen» (Zahlen, die aus lauter gleichen Ziffern bestehen, also 1111, 2222, 3333, 4444, 5555, 6666, 7777, 8888 und 9999), bei denen offensichtlich bereits nach dem ersten Durchgang im Algorithmus O herauskommt, führen alle Zahlen spätestens nach sieben Schritten auf die Zahl 6174. Unterwirft man diese Zahl den Algorithmusanweisungen, so ergibt sich:

Und dabei bleibt es; m.a.W. man kommt nicht mehr weg von 6174.

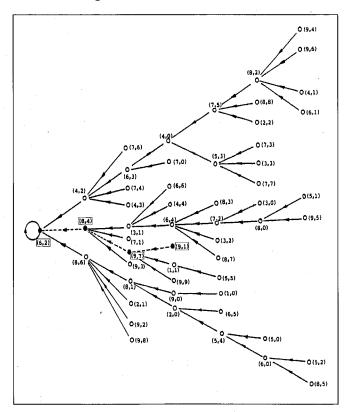
Dieses Phänomen wurde 1949 vom indischen Mathematiker Dattatreya R. Kaprekar (1905–1986) entdeckt und seither heisst 6174 auch Kaprekar-Konstante. Die Zahlentheoretiker haben sich eingehend mit diesem Algorithmus beschäftigt und ihn in verschiedenen Zahlsystemen und mit unterschiedlichstelligen natürlichen Zahlen untersucht. Bei den vierstelligen Zahlen im Zehnersystem ist bald ersichtlich, dass bei den grössten resp. kleinsten gebildeten Zahlen die beiden Differenzen zwischen erster und vierter sowie zwischen den beiden mittleren Zahlen entscheidend sind für den Verlauf des Algorithmus.

Z.B.:



Durch Überprüfung und Verfolgung aller möglichen Fälle, etwa mit Hilfe eines Computerprogramms, erhält man den folgenden Grafen, der zeigt, wie man von irgendeiner beliebigen vierstelligen Zahl ausgehend zu 6174 gelangt. Dabei sind nur die oben beschriebenen Differenzen, auf die es ja ankommt, notiert.

Im obigen Beispiel hat der Algorithmus den gestrichelt markierten Verlauf genommen.



Eine tief greifende mathematische Analyse dieses Kaprekar-Verfahrens ist wohl für Schülerinnen und Schüler der Sekundarstufe I kaum möglich. Das Interesse dürfte aber durch das erstaunliche Ergebnis dennoch so weit geweckt sein, dass sie bereit sein werden, die Vorgaben im echten «Forschersinne» zu variieren: Dazu in beiden Versionen die Frage 4, mit der Aufforderung, die Startbedingung zu ändern.

Hier wird sich herausstellen, dass dreistellige Nicht-Schnapszahlen immer auf 495 führen. (Man könnte natürlich dreistellige Zahlen durch Hinzufügen einer führenden Null zu vierstelligen machen: 236 → 0236 und hätte damit den bekannten Verlauf des Algorithmus mit der Kaprekar-Konstanten 6174.)

Fünfstellige Zahlen führen nicht zu einer einzigen Zahl, sondern zu Zyklen von mehreren Zahlen, die sich wiederholen.

«Ziffern und Zahlen» (Aufgabe 3)

Wiederum ist das Abbruchkriterium, der Ausstieg aus der Schleife des Algorithmus, offen gelassen. Die Schülerinnen und Schüler werden nach wenigen Versuchen sicher selber entdecken, dass

- die Zahl 123 sich im Sinne des Algorithmus selber beschreibt: Sie enthält genau 1 gerade Ziffer, 2 ungerade und total 3 Ziffern.
- alle mindestens dreistelligen Zahlen, wie lange sie auch sind, immer kürzer und früher oder später auf 123 reduziert, also von 123 quasi «magisch angezogen» werden.

Nimmt man beispielsweise eine Zahl mit mindestens 10, aber höchstens 99 Stellen, so wird daraus nach dem ersten Durchgang eine höchstens sechsstellige Zahl mit höchstens je zwei Stellen für die Zahl der geraden, ungeraden und aller Ziffern. Aus dieser höchstens sechsstelligen Zahl wird dann im nächsten Durchgang eine dreistellige Zahl. Und dreistellige Zahlen führen im nächsten Schritt auf einen dieser vier Fälle:

G	U	Z
3	0	3
2	1	3
1	2	3
0	3	3

Wie man sich leicht überzeugt, entsteht in allen vier Fällen daraus dann sofort die (magische?) Zahl 123.

Auch ein- oder zweistellige Zahlen können durchaus mit einbezogen werden:

- entweder ergänzt man sie mit führenden Nullen und zählt diese Ziffer(n) zu den geraden
- oder man arbeitet ohne diesen «Trick» und muss dafür u.U. ein paar Schleifendurchgänge mehr in Kauf nehmen. Das zeigt sich schon im oben aufgeführten Fall 033:

Wird mit 33 weitergearbeitet, so führt das nicht sofort auf 123, sondern auf 22, dann weiter auf 202, 303 und endlich auch wiederum auf 123.

«Ungelöstes Problem» (Aufgabe 4)

Hier ist das Ausstiegskriterium aus der Schleife des Algorithmus gegeben: A = 1.

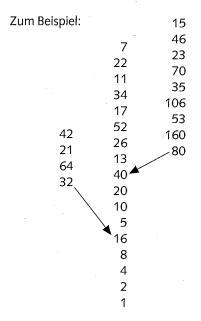
Der Prozess würde mit 1 auch gar nicht aufhören, sondern in einer Schleife immer weiterlaufen: 1 führt auf 4 über 2 wieder zu 1. Man könnte den Algorithmus allerdings leicht modifizieren, sodass er immer definitiv bei 4 endet.

Kommt man mit dem Algorithmus immer und mit jeder beliebigen Zahl irgendwann mal auf 1? Diese Frage wurde in den Dreissigerjahren des letzten Jahrhunderts aufgeworfen und ist bis heute nicht beantwortet. Ein ungelöstes Problem in der Mathematik – eines, das jedermann verstehen und nachvollziehen kann, da man ja lediglich ganz einfache Operationen durchführen muss und nur der Begriff «gerade Zahl» bekannt sein sollte. Eine Paradebeispiel also, um auch Schülern und

Schülerinnen zu zeigen, dass entgegen vielfacher Vorstellung die Mathematik keine «endgültig fertige» Wissenschaft ist, dass es sogar ganz einfache Fragen gibt, auf die die Fachwissenschaft keine Antwort weiss.

Übrigens:

- Der Tipp in der Aufgabenstellung ist durchaus angebracht; mit 27 als Startzahl benötigt man sehr viele, nämlich 112 Schritte, bis man endlich die Zahl 1 erreicht. Aber wer weiss, vielleicht ist gerade das für gewisse Kinder eine echte Herausforderung.
- Werden die Protokolle im Arbeitsspeicher genau beobachtet, sieht man bald, dass gewisse Zahlen nach einem eigenen Anfangsabschnitt in der Folge dann auf ein Protokoll einer bereits bearbeiten Zahl «einschwenken»; damit kann man sich viel Arbeit sparen sofern man es merkt; eine gute Gelegenheit, die einzelnen Schüler und Schülerinnen in Bezug auf ihre Fähigkeiten etwas genauer zu beobachten.

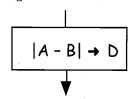


«Knapp 100» (Aufgabe 5)

Die angesprochenen zwei Fälle werden nach ein paar Versuchen von den Schülern und Schülerinnen sicher bald erkannt:

- Palindromische Zahlen, auch «Spiegelzahlen» genannt, die gleich lauten, ob man sie nun von links nach rechts oder von rechts nach links liest, führen sofort auf die Zahl O.
- Alle anderen dreistelligen Zahlen führen nach wenigen Schritten auf die Zahl 99. Danach könnte noch ein weiterer Schritt angehängt werden, um wiederum 0 zu erreichen.

Das Flussdiagramm könnte man vereinfachen, wenn den Schülerinnen und Schüler der Begriff des Absolutbetrages bekannt ist. Die Fallunterscheidung, damit beim Subtrahieren keine negativen Zahlen entstehen, wäre dann nicht nötig; die folgende Anweisung statt der drei Kästchen in der Mitte der Schleife würde genügen:



Wer hinter die mathematischen Kulissen dieses Algorithmus schaut, entdeckt bald, dass nach dem ersten Durchlauf die erste Differenz also entweder 0 oder ein Vielfaches von 99 ist. Für den zweiten Fall gelten die folgenden Überlegungen.

Nennt man die dreistellige Startzahl z, so lässt sie sich so schreiben:

 $z = a \cdot 10^2 + b \cdot 10^1 + c \cdot 10^0$, wobei a, b und c Ziffern sind und zusätzlich $a \neq 0$ ist.

Subtrahiert wird nun: $c \cdot 10^2 + b \cdot 10^1 + a \cdot 10^0$, wobei man ohne Einschränkung annehmen darf, dass a > c ist.

Die Differenz lautet dann: $(a - c) \cdot (10^2 - 10^0) = (a - c) \cdot 99$, also ein Vielfaches von 99.

Die acht dreistelligen Vielfachen von 99 können einander paarweise zugeordnet werden; eine entspricht rückwärts gelesen der anderen:

> $198 \leftrightarrow 891$ $396 \leftrightarrow 693$ $297 \leftrightarrow 792$ $495 \leftrightarrow 594$

Deren Differenz ist demzufolge wiederum ein Vielfaches von 99, und man sieht, dass man jeweils einfach quasi eine Zeile tiefer «rutscht». Die untersten beiden Zahlen haben die Differenz 99 und damit ist der Algorithmus zu Ende.

Im Gegensatz zum «Ungelösten Problem» ist dieser Algorithmus beweisbar, wie die Argumentation oben zeigt. Können auch Schülerinnen und Schüler diese Begründung nachvollziehen oder vielleicht sogar selber in ähnlicher Form entwickeln? Benötigt wird nicht viel mehr als etwas Einsicht in den Aufbau des dezimalen Stellenwertsystems unserer Zahlnotation und allenfalls etwas Algebra und Potenzrechnen, sofern verallgemeinert argumentiert werden soll.

Die zweite Frage zielt dann über die Mathematik hinaus, geht es doch um Palindrome, also Worte, die man auch rück-







Der Schweizer Wort- und Bildkünstler André Thomkins (1930–1985) war berühmt für seine Palindrome. Im Kunsthaus Luzern sind seine Strassenschilder ausgestellt.

Palindrome, wie: «Ein Neger mit Gazelle zagt im Regen nie.» lassen sich rückwärts lesen. Wo finden die Jugendlichen im Internet und in der Literatur noch weitere Wörter oder Sätze zum vor- und rückwärts lesen?

wärts lesen kann. Dabei kann unterschieden werden, ob das Wort von rechts her gelesen den gleichen oder einen anderen Sinn ergibt:

RELIEFPFEILER respektive LEBEN – NEBEL.

Nur Zahlen, die die palindromische Eigenschaft der ersten Art aufweisen, sind natürlich von Interesse. Sie führen ja im Algorithmus sofort auf die Zahl O. (Alle Zahlen sind im Sinne der zweiten Art palindromisch.)

Palindrome (der ersten Art) weisen eine Art Symmetrie auf, die aber von anderer, abstrakterer Art ist als die den Schülern und Schülerinnen bekannte Achsensymmetrie aus der Geometrie. Aber auch diese kann auftreten, wie die Beispiele

OTTO und UHU (nicht aber ANNA)

zeigen.

Mit der Suche nach palindromischen Sätzen – dazu gibt es Sammlungen – kann das Thema leicht in sprachlicher Richtung ausgeweitet werden.

«Schwarze Löcher» (Aufgabe 6)

Diese kaum mehr vorstellbaren astronomischen Objekte beflügeln die Fantasie; kaum ein Weltraum-Sciencefiction-Film kommt ohne sie aus.

Ein schwarzes Loch ist «ein Körper, der so stark zusammengedrängt ist, dass er sogar sein eigenes Licht gefangen hält. Ein schwarzes Loch entsteht, wenn sich ein zusammenfallender Stern oder ein anderer Körper in ein Gravitationsfeld verwickelt, das stark genug ist, um nur Teilchen hinauszulassen, die schneller sind als das Licht. Obwohl der Ausdruck romantische Vorstellungen von «Löchern im Raum» weckt, ist ein schwarzes Loch im Grunde eine recht gewichtige Sache.» (Ferris, 1982)

Schwarze Löcher werden im Kapitel «Das Ende eines Sterns» im Arbeitsheft «Sternkunde» (Eggmann, 98) so beschrieben:

Für eine sterbende Sonne «... gibt es zwei Möglichkeiten:

- 1. Sie bleibt ein leuchtender kleiner Stern, der weiterhin beobachtbar ist. Wenn ihre Materie aber sehr dicht zusammenstürzt, wird ihre Gravitation derart riesig, dass sie sogar ihr eigenes Licht anzieht und verschluckt. Auch Licht und Radiowellen der Umgebung werden von ihr abgelenkt oder sogar aufgenommen. Sie wirkt wie ein kosmischer Staubsauger, der alles verschluckt. Sie ist zu einem schwarzen Loch geworden. Schwarze Löcher sind demnach keine Löcher im All, sondern Himmelsobjekte, deren Masse und Dichte ungeheuer gross, deren Ausdehnung aber relativ klein ist. Ein Fingerhut voll der Materie eines schwarzen Loches wiegt mehrere tausend Tonnen. Was immer in seinen Anziehungsbereich gerät, wird auf den erloschenen Stern niederstürzen und für immer von ihm festgehalten werden.
- 2. Sterne können aber auch ein anderes Ende nehmen: Sie explodieren. Man nennt das Supernova. Ihre Materie wirbelt dann als Gas- und Staubwolke durch die Galaxie. Schliesslich verbindet sie sich mit weiterer interstellarer Materie. Sie beginnt sich erneut zu verdichten und formt als rotierende Gasscheibe eine neue Sonne, eventuell mit Planeten und Monden.»

Bei den in diesem Abschnitt gestellten Aufgaben geht es darum, dass die Schülerinnen und Schüler selber Informationen über schwarze Löcher mit Hilfe von astronomischer Literatur, Lexika oder dem Internet zusammentragen sollen und den Bezug zu den mathematischen Algorithmen suchen: Es gibt Zahlen im Zahlenuniversum, die sich bei der Anwendung bestimmter Algorithmen wie schwarze Löcher verhalten, d.h., mit welcher Zahl man auch startet, immer endet man am Schluss bei der betreffenden Zahl und kommt nicht mehr davon weg.

In den hier vorgestellten Beispielen treten folgende schwarzen (Zahlen-)Löcher auf:

- «Schritt für Schritt» resp.
- «Flussdiagramm»: 6174 (A

6174 (Ausnahmen sind die

Schnapszahlen)

• «Ziffern und Zahlen»: 123

• «Ungelöstes Problem»: 1

(In der hier vorgestellten Version des Algorithmus eigentlich eine

Endlosschleife)

• «Knapp 100»: 99 (respektive 0)

(«Unechte» Ausnahmen sind die palindromischen Zahlen, die auf 0 führen, denn wird ein weiterer Durchgang durch das Flussdiagramm gemacht, so führt auch 99

auf die Zahl 0.)

Es gibt weitere Algorithmen in der Mathematik, die auf schwarze Löcher führen; dazu sei auf die Literatur verwiesen.

Christian Rohrbach

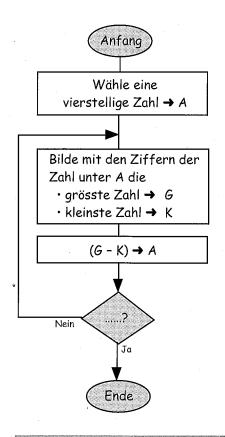
Quellen:

- Mathematik 5, Lehrmittelverlag des Kantons Zürich, 1998; ISBN 3-906719-66-9; Seite 80
- Mathematik 8, Lehrmittelverlag des Kantons Zürich, 2001³; ISBN 3-906719-43-X; Seite 88
- Mathematik 8, Lehrmittelverlag des Kantons Zürich, 2001³; ISBN 3-906719-43-X; Seite 87
- Mathematik 7, Lehrmittelverlag des Kantons Zürich, 1999³; ISBN 3-906718-76-X; Seite 154
- Mathematik 7, Lehrmittelverlag des Kantons Zürich, 1999³; ISBN 3-906718-76-X; Seite 109
- M. Erni, Ch. Rohrbach, Wie ein Computer funktioniert, Lehrmittelverlag des Kt. ZH, 1989²
- François Fricker, Nachfrage (früher Mathemagisches), Das Magazin («Tages Anzeiger»), Nr. 3/94, 25/94, 50/95, 40/96, 44/99, 17/00, 20/00
- Michael Ecker, Vorsicht: Schwarze Löcher lauern überall, «Tages Anzeiger», 17.2.1993
- Timothy Ferris, Die rote Grenze, Auf der Suche nach dem Rand des Universums, Birkhäuser, Basel 1982, ISBN 3-7643-1331-5
- Heinz Eggmann, Thema: Sternkunde, Kant. Lehrmittelverlag St. Gallen, Rorschach, Nr. 3, 22. Jahrgang, Sept. 98

- 1. · Wähle eine vierstellige Zahl, die nicht aus lauter gleichen Ziffern besteht.
 - · Bilde mit den vier Ziffern dieser Zahl die grösste und die kleinste mögliche Zahl.
 - · Rechne den Unterschied der beiden Zahlen aus.
 - Bilde mit den fünf Ziffern der ausgerechneten Differenz wieder die grösste und die kleinste mögliche Zahl. Rechne wiederum ihren Unterschied aus.
 - · Fahre so weiter. Nach einigen Schritten wirst du etwas merken.
- 2. Nimm weitere vierstellige Zahlen und rechne in der gleichen Weise wie in Aufgabe 1. Vergleiche deine Rechnungen mit denjenigen deiner Mitschüler und Mitschülerinnen. Was stellst du fest?
- 3. «Schnapszahlen» sind Zahlen, die aus lauter gleichen Ziffern bestehen. Was beobachtest du, wenn du die Aufgabe 1 (entgegen der Anleitung) mit einer Schnapszahl löst?
- 4. Was stellst du fest, wenn du statt vierstellige Zahlen dreistellige nimmst; was passiert, wenn du fünfstellige Zahlen wählst?

Aufgabe 2: Flussdiagramm

by neue schulpraxis



Im Flussdiagramm bedeutet das Zeichen « → ☆ » «trage die Zahl im Arbeitsspeicher in der Spalte unter ☆ ein». 1. «Schnapszahlen» sind Zahlen, die aus lauter gleichen Ziffern bestehen.

Wähle zuerst einmal keine Schnapszahl und löse damit die Aufgabe aus dem Flussdiagramm. Welche Frage passt wohl statt «.....?» ins unterste Kästchen des Flussdiagramms?

- Löse die Aufgabe mehrmals mit verschiedenen vierstelligen Zahlen und überprüfe deine Vermutung. Vergleiche auch mit deinen Mitschülerinnen und Mitschülern.
- 3. Was stellst du fest, wenn du die Aufgabe (entgegen der Anleitung in 1.) mit einer Schnapszahl löst?
- 4. Was kommt heraus, wenn du statt vierstellige nur dreistellige Zahlen nimmst? Und wenn du fünfstellige Zahlen wählst?

Arbeitsspeicher				
Ä	G	K		
	No. 1			

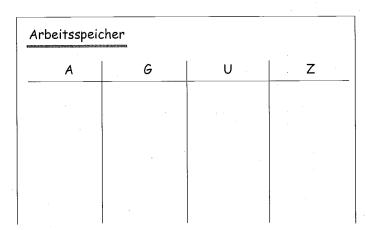
 Im zweituntersten Kästchen des Flussdiagramms steht, du sollst Zahlen «zusammenschieben».
 Das geht so:

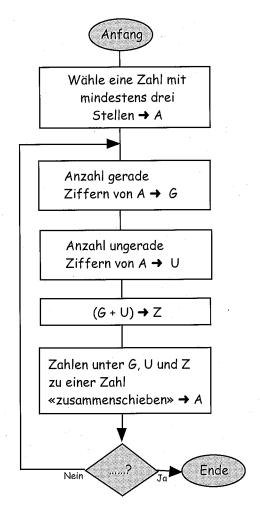
Die drei Zahlen 12, 5 und 4 zum Beispiel zusammengeschoben ergeben die Zahl 1254. Alles klar?

Löse die Aufgabe aus dem Flussdiagramm mit verschiedenen Zahlen.

Was würdest du im untersten Kästchen eintragen?

- 2. Probiere es auch mit einer «Riesenzahl», einer mit z.B. 20 oder noch mehr Stellen.
- 3. Geht das Verfahren nicht auch mit einstelligen oder zweistelligen Zahlen am Anfang?





Aufgabe 4: Ungelöstes Problem

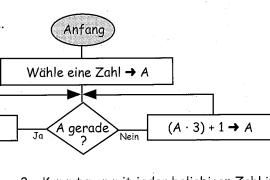
1. Löse die Aufgabe aus dem Flussdiagramm mit verschiedenen Zahlen.

Tipp: Wähle 27 nur, wenn du viel

 $(A:2) \rightarrow A$

Ĵα

Ende



Arbeitsspeicher

Α

> •

2. Kommt man mit jeder beliebigen Zahl irgend einmal auf 1, also zum Ende? Was denkst du?

Bist du erstaunt, wenn du erfährst, dass bis heute noch niemand diese Frage mit Sicherheit beantworten kann? Das heisst, man hat bis jetzt noch nie eine Zahl gefunden, die nicht früher oder später auf 1 geführt hätte. Sicher ist man aber nicht, dass es wirklich bei allen Zahlen so verläuft!

Nein

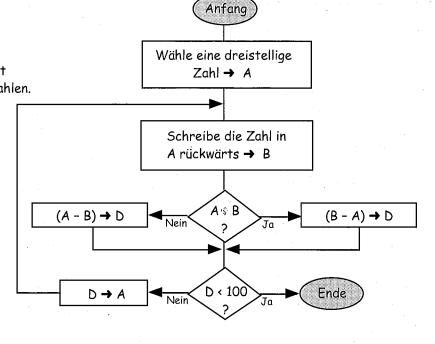
Aufgabe 5: Knapp 100

- 1. Löse die Aufgabe, die das
 Flussdiagramm aufzeigt, mit
 mehreren verschiedenen Zahlen.
 Es gibt zwei verschiedene
 Fälle, wie du zum Ende
 gelangst.
 Nämlich?
- Die Zahlen beim einen der zwei Fälle zeigen etwas Ähnliches wie die folgenden Wörter:

ANNA OTTO UHU

Welchen Zusammenhang siehst du?

Kennst du weitere solche Wörter?



<i>A</i>	В	D

Aufgabe 6: Schwarze Löcher

- Was weisst du über die so genannten schwarzen Löcher?
 Suche in einem Lexikon oder im Internet nach diesem Begriff aus der Astronomie.
 http://www.astronomie.de/ ist eine günstige Adresse zum Starten im Internet.
 Schreibe einen kurzen Text, in dem du den Begriff erklärst und die wichtigsten Eigenschaften eines schwarzen Loches erwähnst.
- 2. Was ist deiner Meinung nach der Zusammenhang zwischen den Mathematikaufgaben «Schritt für Schritt», «Flussdiagramm», «Ziffern und Zahlen», «Ungelöstes Problem», «Knapp 100» und den schwarzen Löchern in der Astronomie?